

## Domáci úkol č. 7

Jméno: .....

Potřebný čas: (pokračování na druhé straně)

1. Mějme čtverec o rozměrech  $10 \times 10$  rozdělený dvěma způsoby na 100 disjunktních oblastí o jednotkové ploše. První způsob rozdělení určuje oranžové oblasti  $o_1 \dots o_{100}$ , druhý vytyčuje modré oblasti  $m_1 \dots m_{100}$ .

Určete největší možnou velikost množiny  $M$  obsahující dvojice  $(o_i, m_j)$  vybrané tak, že  $o_i$  je oranžová oblast,  $m_j$  je modrá oblast,  $o_i$  a  $m_j$  mají společný bod a přitom se každá (oranžová i modrá) oblast vyskytuje v nejvýše jedné dvojici v množině  $M$ .

Vámi navržená mez na velikost  $M$  musí být dosažitelná pro všechna možná rozdělení čtverce na oblasti.

2. Mějme čtverec  $10 \times 10$  a v něm náhodně rozmístěná čísla  $1, \dots, 100$ .

V jednom tahu je možné přerovnat prvky v řádcích, tzn. v rámci jednoho tahu je možné najednou zpermutovat prvky v řádcích podle permutací z grupy  $S_{10}$ , přičemž se vybrané permutace mohou řádek od řádku lišit. Jiný způsob, jak provést jeden tah, spočívá v přerovnání prvků ve sloupcích obdobným způsobem.

Jaký nejmenší počet tahů stačí, abychom z libovolného rozmístění čísel v matici dostali matici setříděnou? (Tzn. na pozici  $i, j$  bude číslo  $10(i - 1) + j$ .)