

Poznámky ke zkoušce z diskrétní matematiky

Na zkoušce bude zkoušena znalost tří definic, věty s důkazem, přehledu z jednoho tématu a k tomu několik jednoduchých doprovodných úloh. Seznam není kompletní ani závazný — může být požadována znalost pojmů a fakt neuvedených v tomto seznamu.

Symbol (I) označuje témata probíraná pouze na informatice v předmětu NDMI002.

Symbol (M) pouze na matematice v předmětu NMIN105.

Definujte potenční množinu (konečné) množiny.

Napište definici zobrazení z množiny X do množiny Y .

Definujte prosté zobrazení z množiny X do množiny Y .

Definujte zobrazení množiny X na množinu Y .

Popište co znamená termín bijekce.

Definujte relaci mezi množinami X a Y .

Definujte tranzitivní relaci na množině X .

Definujte složení relací.

Definujte inverzní relaci.

Definujte relaci ekvivalence.

Definujte třídu ekvivalence.

Definujte částečné uspořádání na množině X .

Definujte největší a maximální prvek v částečném uspořádání.

Definujte supremum v částečném uspořádání.

Definujte řetězec v částečném uspořádání.

Definujte nezávislou množinu v částečném uspořádání.

Definujte dobře uspořádanou množinu (M).

Napište vzorec pro kombinační číslo $\binom{n}{k}$.

Nadefinujte pravděpodobnostní prostor (I).

Nadefinujte podmíněnou pravděpodobnost (I).

Definujte nezávislé jevy (I).

Definujte náhodnou veličinu (I).

Definujte indikátor jevu (I).

Definujte nezávislé náhodné veličiny (I).

Definujte rozdělení náhodné veličiny (I).

Definujte distribuční funkci náhodné veličiny (I).

Nadefinujte střední hodnotu náhodné veličiny (I).

Nadefinujte rozptyl náhodné veličiny (I).

Definujte pojmy graf a úplný graf.

Definujte pojmy bipartitní graf a úplný bipartitní graf.

Definujte podgraf.

Definujte indukovaný podgraf.

Definujte stupeň vrcholu.

Definujte doplněk grafu.

Definujte pojem izomorfismu grafů.
Definujte cestu v grafu a její délku.
Napište definici souvislého grafu.
Nadefinujte pojem „komponenta souvislosti grafu“.
Definujte vzdálenost v souvislém grafu.
Definujte pojem eulerovského grafu.
Napište definici skóre grafu.
Napište definici stromu.
Definujte minimální kostru grafu (M).
Definujte centrum stromu, případně centrum obecného grafu (M).
Definujte prostor cyklů souvislého grafu (M).
Definujte (Jordanův) oblouk.
Definujte rovinné nakreslení grafu.
Definujte rovinný graf.
Definujte stěny rovinného nakreslení grafu.
Definujte duál k rovinnému nakreslení grafu.
Definujte obarvení grafu a chromatické číslo (barevnost) grafu.

Zformulujte a dokažte větu o délce řetězců a antiřetězců v částečných uspořádáních.
Zformulujte a dokažte větu o reprezentaci částečných uspořádání pomocí inkluze (M).
Uveďte a dokažte horní a dolní odhady faktoriálu $n!$ takové, že se liší o faktor n (M).
Uveďte a dokažte horní a dolní odhady kombinačního čísla $\binom{2m}{m}$ takové, že se liší o faktor $\sqrt{2}$ (M).
Zformulujte a dokažte binomickou větu.
Zformulujte princip inkluze a exkluze a dokažte ho.
Zformulujte problém šatnářky a vyřešte ho.
Zformulujte a dokažte tvrzení o Eulerově funkci (týká se dělitelnosti čísel, nikoli grafů).
Zformulujte a dokažte větu o linearitě střední hodnoty (I).
Zformulujte a dokažte větu o střední hodnotě součinu náhodných veličin (I).
Zformulujte a dokažte Markovovu nerovnost (I).
Zformulujte a dokažte Čebyševovu nerovnost (I).
Zformulujte a dokažte větu charakterizující bipartitní grafy.
Zapište Dijkstrův algoritmus a dokažte jeho správnost (M).
Napište a dokažte větu, pomocí níž lze určit, zda je daná posloupnost čísel skóre grafu.
Zformulujte a dokažte větu charakterizující eulerovské grafy.
Zformulujte podmínky pro to, aby graf byl stromem a ukažte, že si jsou navzájem ekvivalentní.
Zformulujte a dokažte větu o počtu koster grafu K_n (Cayleyho formuli) prostřednictvím zakořeněných stromů (M).
Zformulujte a dokažte větu o počtu stromů s předepsaným skóre.
Popište algoritmus pro testování izomorfismu stromů a dokažte jeho správnost (M).
Zapište Kruskalův algoritmus a dokažte jeho správnost (M).
Zformulujte a dokažte větu o dimenzi prostoru cyklů grafu (M).

Uveďte Eulerovu formuli pro rovinné grafy a dokažte ji.

Uveďte Eulerovu formuli včetně předpokladů a s její pomocí ukažte, že každý rovinný graf obsahuje alespoň jeden vrchol stupně nejvýše 5.

Zformulujte a dokažte větu o pěti barvách.

Sepište přehledově, co víte o množinách, relacích a zobrazeních, jejich vlastnostech a operacích s nimi.

Sepište přehledově, co víte o částečných uspořádáních a dobrých uspořádáních.

Sepište přehledově, co víte o kombinatorickém počítání a o binomických koeficientech.

Sepište přehledově, co víte o principu inkluze a exkluze.

Sepište přehledově, co víte o pravděpodobnostních protorech (I).

Sepište přehledově, co víte o náhodných veličinách (I).

Sepište přehledově, co víte o rozděleních náhodných veličin (I).

Sepište přehledově, co víte o souvislosti grafů a vzdálenostech v grafu.

Sepište přehledově, co víte o grafech, jejich základních třídách a stupních vrcholů.

Sepište přehledově, co víte o eulerovských grafech.

Sepište přehledově, co víte o stromech.

Sepište přehledově, co víte o kostrách grafů (M).

Sepište přehledově, co víte o rovinných grafech.

Sepište přehledově, co víte o barvení grafů.

U přehledových otázek uveďte definice pojmů, tvrzení, algoritmy, příklady a souvislosti. Důkazy tvrzení a argumenty dokazující korektnost algoritmů uvádět nemusíte.

Poslední aktualizace pro akad. rok 2018/19.