

## Úlohy k 1. cvičení

1. Dá se každý celočíselný obnos vyplatit dvoukorunami a pětikorunami? Pokud ne, které částky se dají vyplatit a které ne?
2. Kolik má konvexní  $n$ -úhelník (úhlo)příček? Nejprve zkuste odvodit vzorec pro tento počet a poté ho pro zajímavost vyčíslete pro  $n = 1\,000$ .
3. Rozhodněte, jestli nějaká neprázdná konečná množina má více podmnožin sudé velikosti (o sudém počtu prvků) nebo více podmnožin liché velikosti nebo jestli jich je vždy stejně.
4. Na šachovnici  $2^n \times 2^n$  jedno náhodně vybrané políčko chybí. Dá se zbylá plocha vydlážit dlaždicemi, která mají tvar „L“ a přitom zabírají tři políčka?
5. Je dáno reálné číslo  $x$  takové, že  $x + \frac{1}{x}$  je celé. Přesvědčte se, že pro každé přirozené  $n$  je i číslo  $x^n + \frac{1}{x^n}$  celé.
6. Dokažte, že počet částí roviny při rozdělení  $n$  přímkami je nejvýše  $1 + \frac{1}{2}(n^2 + n)$ .  
Pokuste se odvodit podobnou hranici pro rozdělení prostoru rovinami.