OPTIMALIZAČNÍ METODY (NOPT048)

cvičení 24. 03. 2014

Příklad 1. Nechť V je množina vrcholů nějakého simplexu S. Dokažte, že pro každé $V' \subseteq V$ je $\mathrm{conv}(V')$ stěnou S.

Příklad 2. Mějme $x_1 = (1,1,1), x_2 = (1,2,1), x_3 = (2,4,3), x_4 = (4,3,4), x_5 = (5,5,5)$. Najděte fasety a jim odpovídající nerovnosti mnohostěnu $P = \mathrm{conv}(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$.

Příklad 3. Najděte stěny následujících mnohostěnů a najděte na nich maximum funkce $3x + 2y + z$:
(a) P zadaný následujícími omezeními:

$$\begin{aligned} -9x - y + 6z &\le 0 \\ -y &\le 0 \\ y + 3z &\le 9 \\ 9x - y + 6z &\le 36 \\ y - 3z &\le 0 \end{aligned}$$

(b) Q zadaný následujícími omezeními:

$$\begin{aligned} -9x - y + 6z + s_1 &= 0 \\ -y + s_2 &= 0 \\ y + 3z + s_3 &= 9 \\ 9x - y + 6z + s_4 &= 36 \\ y - 3z + s_5 &= 0 \\ x, y, z, s_1, s_2, s_3, s_4, s_5 &\ge 0 \end{aligned}$$

Příklad 4. Dokažte, že lineární funkce na mnohostěnu nabývá svého maxima v některém jeho vrcholu. Jinak řečeno: $x \in \mathrm{conv}(\{v_1, \ldots, v_n\})$ a $c^T x = t$, pak existuje v_i takové, že $c^T v_i \ge t$.

Příklad 5. Dokažte, že množina všech optimálních řešení daného LP zadaného například takto:

$$\max c^T x, Ax \le b$$

je konvexní množina.

Příklad 6. Dokažte, že když mnohostěn $Ax \le 0$ má dvě různá řešení, tak je neomezený.

Příklad 7. Pro zadaný konvexní mnohostěn popište všechny vrcholy:

$$\begin{aligned} x_a + x_c &\le 1 \\ x_a + x_b &\le 1 \\ x_b + x_d + x_e + x_f &\le 1 \\ x_d + x_g &\le 1 \\ x_c + x_e + x_h &\le 1 \\ x_g + x_h &\le 1 \\ x_i &\le 1 \\ x_i + x_f &\le 1 \\ x_a, x_b, x_c, \ldots, x_i &\ge 0 \end{aligned}$$

Příklad 8. Maximalizuj $3x_1 + x_2$ za podmínek

$$\begin{aligned} x_1 - x_2 &\le -1 \\ -x_1 - x_2 &\le -3 \\ 2x_1 + x_2 &\le 2 \\ x_1, x_2 &\ge 0 \end{aligned}$$

email: elias+opt@kam.mff.cuni.cz, url: http://kam.mff.cuni.cz/~elias/1314/opt/