

OPTIMALIZAČNÍ METODY (NOPT048)

Cvičení 18.02.2014

Příklad 1. Mějme soustavu rovnic

$$\begin{aligned}x + y &= 6 \\x - y &= 3,\end{aligned}$$

provedte Gauss-Jordanovu eliminaci.

Příklad 2. Určete množinu všech řešení následující soustavy rovnic:

$$\begin{aligned}x + 2y + 3z + w &= 0 \\2x + 4y + z + 2w &= 0 \\x + 2y - 2z + w &= 0 \\5z &= 0\end{aligned}$$

Co se stane s množinou řešení, když jako vektor pravých stran použijeme $(3, 4, 1, 2)$?

Příklad 3. Graficky nalezněte všechna řešení systému nerovnic

$$\begin{aligned}x + y &\leq 6 \\2x + y &\geq 3 \\x - y &\leq 2 \\x &\geq 3 \\y &\geq 1,\end{aligned}$$

nalezněte také ta řešení, která maximalizují x , y a $x + y$. A co kdyby bylo zadání obrácené?

Příklad 4. Graficky nalezněte všechna řešení systému nerovnic

$$\begin{aligned}x + y + z &\geq 2 \\x + y + z &\leq 2 \\x + 2y - z &\leq 10 \\x &\geq 0 \\y &\geq 0 \\z &\geq 0,\end{aligned}$$

opět nalezněte speciálně ta řešení která maximalizují x , y a z .

Příklad 5. Určete počet vrcholů krychle, hyperkrychle, n -dimenzionální krychle. Kolik má n -dimenzionální krychle hran, $2D$ -stěn, ...?

Příklad 6. Mějme projekty P_1, \dots, P_k . Za realizaci projektu P_i dostaneme odměnu r_i , ale potřebujeme k tomu množinu zdrojů S_i . Každý zdroj nás stojí náklady c_i , ale jakmile ho jednou koupíme, můžeme ho použít ve více projektech.

Navrhněte algoritmus, který pomocí toků v síti zjistí, které projekty realizovat a jaké zdroje si koupit, aby byl celkový zisk co největší.

Příklad 7. Mějme zadaný bipartitní graf G_1 a libovolný graf G_2 . Jakým algoritmem najdeme maximální párování v G_1 ? A jakým v G_2 ? Popište (nebo vymyslete) nějaký rozumný algoritmus na oba tyto problémy a jeho složitost (bez důkazů).

Příklad 8. Jistě znáte, že duál k maximálnímu ohodnocenému s, t -toku je minimální ohodnocený s, t -řez. Navrhněte, co by mohlo být duálem pro problém nejkratší s, t -cesty v neohodnoceném nebo ohodnoceném grafu.