

Algoritmická teorie her – příklady na 5. cvičení*

11. listopadu 2024

1 ε -Nashova a korelovaná ekvilibria

Nechť $G = (P, A, u)$ je hra v normálním tvaru pro n hráčů a mějme $\varepsilon > 0$. Strategický profil $s = (s_1, \dots, s_n)$ je ε -Nashovým ekvilibriem, pokud pro každého hráče $i \in P$ a každou strategii $s'_i \in S_i$ máme $u_i(s_i; s_{-i}) \geq u_i(s'_i; s_{-i}) - \varepsilon$.

Nechť p je rozdělení pravděpodobnosti na A , neboli $p(a) \geq 0$ pro každé $a \in A$ a $\sum_{a \in A} p(a) = 1$. Rozdělení p je korelovaným ekvilibriem v G , pokud platí

$$\sum_{a_{-i} \in A_{-i}} u_i(a_i; a_{-i})p(a_i; a_{-i}) \geq \sum_{a_{-i} \in A_{-i}} u_i(a'_i; a_{-i})p(a_i; a_{-i})$$

pro každého hráče $i \in P$ a všechny čisté strategie $a_i, a'_i \in A_i$.

Příklad 1. Ukažte, že v každé hře $G = (P, A, u)$ v normálním tvaru pro n hráčů existuje pro každé Nashovo ekvilibrium odpovídající korelované ekvilibrium.

Příklad 2. Ukažte, že v každé hře $G = (P, A, u)$ v normálním tvaru pro n hráčů je každá konvexní kombinace korelovaných ekvilibrií opět korelovaným ekvilibriem.

Příklad 3. Nechť je $G = (P = \{1, 2\}, A, u)$ hra v normálním tvaru pro dva hráče, kde $A_1 = \{U, D\}$ a $A_2 = \{L, R\}$ s výplatní funkcí u určenou Tabulkou 1.

	L	R
U	(1,1)	(0,0)
D	$(1 + \frac{\varepsilon}{2}, 1)$	(500,500)

Tabulka 1: Hra z Příkladu 3.

Ukažte, že zde je ε -Nashovo ekvilibrium s takové, že $u_i(s') > 10u_i(s)$ pro každé $i \in P$ a každé Nashovo ekvilibrium s' v G . Jinak řečeno, existují hry, ve kterých jsou některá ε -Nashova ekvilibria daleko od všech Nashových ekvilibrií.

Příklad 4. Spočítejte všechna korelovaná ekvilibria ve hře Věžňovo dilema.

	T	S
T	(-2,-2)	(0,-3)
S	(-3,0)	(-1,-1)

Tabulka 2: Hra z příkladu 4

Příklad 5. Nechť je $G = (P = \{1, 2\}, A, u)$ hra v normálním tvaru pro dva hráče, kde $A_1 = \{U, D\}$ a $A_2 = \{L, R\}$ s výplatní funkcí u určenou Tabulkou 3.

	L	R
U	(6,6)	(2,7)
D	(7,2)	(0,0)

Tabulka 3: Hra z Příkladu 5.

- Spočítejte všechna Nashova ekvilibria v G a nakreslete konvexní obal výplat Nashových ekvilibrií.
- Existuje korelované ekvilibrium v G (pro nějaké rozdělení p), které dává výplatu mimo daný konvexní obal?

*Informace o cvičení naleznete na <http://kam.mff.cuni.cz/~cizek/>