

## 14. Kvadratické formy a Sylvestrův zákon setrvačnosti

**Cv. 14.1** Diagonalizujte kvadratické formy s maticemi

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 5 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

**Cv. 14.2** Diagonalizujte kvadratické formy s maticemi

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

a určete polární bázi, tj. bázi, vůči níž je matice formy diagonální.

**Cv. 14.3** Uvažte relaci kongruence, kdy  $A, B \in \mathbb{R}^{n \times n}$  jsou v relaci, pokud existuje regulární  $S$  taková, že  $B = S^T A S$ .

- Dokažte, že se jedná o relaci ekvivalence.
- Kolik má tříd ekvivalencí?

**Cv. 14.4** Vyjádřete kvadratickou formu  $f(x) = x^T A x$  jako součet čtverců lineárních forem, kde

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

**Cv. 14.5** Ukažte, že rovnice  $5x^2 + 8xy + 5y^2 = 1$  popisuje elipsu v  $\mathbb{R}^2$  a zjistěte její charakteristiky (postupem z přednášky).