Základy kombinatoriky a teorie grafů — 13. cvičení*

14. května 2018

1 Turingovy stroje

(Deterministický) Turingův stroj (TS) je abstraktní stroj definovaný šesticí $(Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, F)$, který se skládá z konečné množiny stavů Q obsahující počáteční stav q_0 a množinu přijímacích stavů $F \subseteq Q \setminus \{q_0\}$, konečné vstupní abecedy Σ neobsahující prázdný znak $\#$, konečné pracovní abecedy Γ a přechodové funkce $\delta \colon Q \times (\Sigma \cup \{\#\}) \times \Gamma^k \to Q \times \Gamma^k \times \{\leftarrow, \circ, \rightarrow\}^{k+1}$ určující program stroje. TS si lze představit jako stroj s řídící jednotkou, oboustranně nekonečnou vstupní páskou, ze které se čte vstup a nesmí se na ni zapisovat, a s k oboustranně nekonečnými pracovními páskami, které lze číst a lze na ně i zapisovat. TS je *transducer*, pokud k němu přidáme výstupní pásku, která je pouze pro zápis, čtecí hlava se po ní pohybuje jen vpravo a symbol pod ní neovlivňuje přechodovou funkci.

Konfigurace TS je tvořena stavem řídící jednotky, pozicemi hlav na všech páskách, obsahy pracovních pásek (té konečné části, kde došlo během výpočtu ke změnám). *Počáteční konfigurace TS* je ve stavu q_0, má všechny hlavy na počátečních pozicích, vstupní slovo na vstupní pásce a prázdné symboly na pracovních páskách. Jako *displej TS* označíme stav řídící jednotky splolu se symboly (obsahy buněk) pod vstupní hlavou a pod pracovními hlavami. *Krokem TS* je jedno použití přechodové funkce δ na základě aktuálního displeje, tedy změna stavu řídící jednotky, přepsání symbolů pod pracovními hlavami a posun všech hlav (lze zůstat i na místě).

Výpočtem TS je posloupnost kroků začínající v počáteční konfiguraci. *Zastavením TS* je okamžik, kdy přechodová funkce není pro daný displej definována (vždy platí, pokud je řídící jednotka v přijímacím stavu). *Přijímajícím výpočtem TS* je výpočet, který se zastaví v přijímajícím stavu. Výpočet, který zastaví v jiném než přijímajícím stavu nebo který se nezastaví, je *odmítajícím výpočtem.* Slovo w je *přijímáno* TS M, pokud výpočet M nad vstupním slovem w zastaví v přijímajícím stavu. *Přijímaný jazyk* $L(M)$ sestává ze všech slov přijímaných TS M.

Příklad 1. *Napište formální definici transduceru.*

Příklad 2. *Sestrojte Turingův stroj M s jednou pracovní páskou, jehož přijímaným jazykem je $L(M) = \{0^n 1^n \colon n \in \mathbb{N}\}$.*

Příklad 3. *Sestrojte Turingův stroj M (transducer) bez pracovní pásky, který pro vstupní slovo w vypíše ww^R na výstupní pásku, kde w^R je zrcadlový obraz slova w.*

Příklad 4. *Sestrojte Turingův stroj M s jednou pracovní páskou, jehož přijímaným jazykem je $L(M) = \{a^i b^j c^k \colon i + j = k\}$, kde s^m označuje řetízek obsahující m výskytů znaku s.*

Příklad 5. *Ukažte, že pro každý Turingův stroj M existuje Turingův stroj M' s pouze jediným stavem v množině F' přijímacích stavů takový, že $L(M) = L(M')$.*

Příklad 6. *Ukažte, že pro každý Turingův stroj M s k pracovními páskami existuje Turingův stroj M' s jednou pracovní páskou takový, že $L(M) = L(M')$.*

Příklad 7. *Dokažte, že Turingovy stroje M s oboustranně nekonečnými páskami jsou ekvivalentní s Turingovými stroji s jednostranně nekonečnými páskami. Tedy ukažte, že pro M existuje Turingův stroj M' s jednostranně nekonečnými páskami takový, že $L(M) = L(M')$ a že pro každý Turingův stroj M' s jednostranně nekonečnými páskami existuje Turingův stroj M s oboustranně nekonečnými páskami takový, že $L(M') = L(M)$.*

*Informace o cvičení naleznete na http://kam.mff.cuni.cz/~balko/