Lineární programování a kombinatorická optimalizace – 2. teoretický domácí úkol*

24. března 2025

1 Opakování z geometrie

Příklad 1. *Dokažte, že množina M je konvexní (tedy pro každé dva body z M v množině M leží i celá úsečka mezi nimi) právě tehdy, když M obsahuje všechny konvexní kombinace svých bodů.* [**4**]

Příklad 2. *Rozhodněte, zda je bod $\mathbf{v} = (1, 1, 1)$ vrcholem mnohostěnu definovaného následujícím systémem nerovnic:* **[3+3]**

$$\text{(a)} \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \leq \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} \qquad \text{(b)} \quad \begin{pmatrix} -1 & -6 & 1 \\ -1 & -2 & 7 \\ 0 & 3 & -10 \\ 1 & 6 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \leq \begin{pmatrix} -6 \\ 5 \\ -7 \\ 6 \end{pmatrix}$$

2 Simplexová metoda

Příklad 3. *Pomocí simplexové metody nalezněte optimální řešení následující úlohy:* [**5**]

$$\begin{aligned} \max 3x_1 + 2x_2 & \\ 2x_1 + x_2 &\leq 18 \\ 2x_1 + 3x_2 &\leq 42 \\ 3x_1 + x_2 &\leq 24 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

Uveďte hodnotu účelové funkce v optimu a také všechny pivotovací kroky s jejich simplexovými tabulkami. Používejte Dantzigovo pivotovací pravidlo.

*Informace o cvičení naleznete na http://kam.mff.cuni.cz/~balko/