Lineární programování a kombinatorická optimalizace – 1. teoretický domácí úkol*

3. března 2025

Jsou povolena i opakovaná odevzdání.

1 Formulace lineárních programů

Příklad 1. *V Kocourkově je n pekáren a m obchodů. Každý den i-tá pekárna upeče $p_i \in \mathbb{N}$ rohlíků a j-tý obchod prodá $o_j \in \mathbb{N}$ rohlíků, kde $\sum_{i=1}^{n} p_i = \sum_{j=1}^{m} o_j$. Převoz jednoho rohlíku z i-té pekárny do j-tého obchodu stojí c_{ij} korun.*

(a) *Zfromulujte celočíselnou úlohu LP, která nalezne takovou distribuci rohlíků, aby se každá pekárna zbavila všech rohlíků, každý obchod získal právě potřebný počet rohlíků a celkové náklady na převoz byly minimální.* **[3]**

(b) *Praxe v Kocourkově ukázala, že když i-tá pekárna zásobuje j-tý obchod, tak musí pro tuto trasu zajistit logistiku, která je stojí l_{ij}. Logistiku $l_{ij} \geq 0$ je nutné platit pouze tehdy, když i-tá pekárna zásobuje j-tý obchod nenulovým počtem rohlíků, a její cena nezávisí na počtu převážených rohlíků. I nadále je nutné platit přepravné c_{ij}. Zformulujte příslušnou úlohu LP.* **[4]**

Příklad 2. *Zformulujte úlohu celočísleného LP, která rozhodne, zda jsou dva grafy $G = (V, E)$ a $H = (W, F)$ se stejným počtem vrcholů n izomorfní. Grafy G a H jsou* izomorfní *právě tehdy, když existuje permutace $\pi\colon V \to W$ taková, že $\{u, v\} \in E$ právě tehdy, když $\{\pi(u), \pi(v)\} \in F$.*

Hint: uvažte matice sousednosti A a B a ukažte, že G a H jsou izomorfní právě tehdy, když existuje permutační matice $P \in \{0,1\}^{n\times n}$ splňující $AP = PB$. **[5]**

*Informace o cvičení naleznete na http://kam.mff.cuni.cz/~balko/