

# Lineární programování a kombinatorická optimalizace – 3. teoretický domácí úkol\*

20. května 2024

Řešení můžete odevzdávat do **30. června**. Jsou povolena i opakovaná odevzdání.

## 1 Totální unimodularita

**Příklad 1.** Rozhodněte, jestli je zadaná matice totálně unimodulární:

[4]

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

**Příklad 2.** Vezměme si sloupcový vektor  $\mathbf{v} \in \{0, 1\}^n$ . Řekneme, že  $\mathbf{v}$  je intervalový, pokud má  $\mathbf{v}$  hodnoty 1 za sebou v právě jednom souvislém intervalu (případně i nulové délky). Matice  $M$  je intervalová, pokud všechny její sloupce jsou intervalovými vektory.

(a) Bud'  $A \in \mathbb{Z}^{n \times n}$  matice taková, že pro každou její podmatici  $A' \in \mathbb{Z}^{k \times k}$  existuje unimodulární matice  $B \in \mathbb{Z}^{k \times k}$  taková, že  $BA'$  je singulární nebo unimodulární. Dokažte, že  $A$  je totálně unimodulární. [4]

(b) Dokažte, že každá intervalová matice  $M$  je totálně unimodulární. [5]

Nápověda: může se hodit předešlá část a nějaké tvrzení z přednášky.

---

\*Informace o cvičení naleznete na <http://kam.mff.cuni.cz/~balko/>