

Lineární programování a kombinatorická optimalizace – 2. teoretický domácí úkol*

8. dubna 2024

Jméno a přezdívká:

1 Opakování z geometrie

Příklad 1. Dokažte, že množina M je konvexní (tedy pro každé dva body $z M$ v množině M leží i celá úsečka mezi nimi) právě tehdy, když M obsahuje všechny konvexní kombinace svých bodů. [4]

Příklad 2. Rozhodněte, zda je bod $\mathbf{v} = (1, 1, 1)$ vrcholem mnohostěnu definovaného následujícím systémem nerovnic: [3+3]

$$(a) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \leq \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} \quad (b) \begin{pmatrix} -1 & -6 & 1 \\ -1 & -2 & 7 \\ 0 & 3 & -10 \\ 1 & 6 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \leq \begin{pmatrix} -6 \\ 5 \\ -7 \\ 6 \end{pmatrix}$$

2 Simplexová metoda

Příklad 3. Pomocí simplexové metody nalezněte optimální řešení následující úlohy: [5]

$$\begin{aligned} \max & 3x_1 + 2x_2 \\ & 2x_1 + x_2 \leq 18 \\ & 2x_1 + 3x_2 \leq 42 \\ & 3x_1 + x_2 \leq 24 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

Uveďte hodnotu účelové funkce v optimu a také všechny pivotovací kroky s jejich simplexovými tabulkami. Používejte Dantzigovo pivotovací pravidlo.

*Informace o cvičení naleznete na <http://kam.mff.cuni.cz/~balko/>