

Lineární programování a kombinatorická optimalizace – 1. teoretický domácí úkol*

11. března 2024

Jsou povolena i opakovaná odevzdání.

1 Formulace lineárních programů

Příklad 1. V Kocourkově je n pekáren a m obchodů. Každý den i -tá pekárna upeče $p_i \in \mathbb{N}$ rohlíků a j -tý obchod prodá $o_j \in \mathbb{N}$ rohlíků, kde $\sum_{i=1}^n p_i = \sum_{j=1}^m o_j$. Převoz jednoho rohlíku z i -té pekárny do j -tého obchodu stojí c_{ij} korun.

- (a) Zformulujte celočíselnou úlohu LP, která nalezne takovou distribuci rohlíků, aby se každá pekárna zbavila všech rohlíků, každý obchod získal právě potřebný počet rohlíků a celkové náklady na převoz byly minimální. [3]
- (b) Praxe v Kocourkově ukázala, že když i -tá pekárna zásobuje j -tý obchod, tak musí pro tuto trasu zajistit logistiku, která je stojí l_{ij} . Logistiku $l_{ij} \geq 0$ je nutné platit pouze tehdy, když i -tá pekárna zásobuje j -tý obchod nenulovým počtem rohlíků, a její cena nezávisí na počtu převážených rohlíků. I nadále je nutné platit přepravné c_{ij} . Zformulujte příslušnou úlohu LP. [4]

Příklad 2. Zformulujte úlohu celočíselného LP, která rozhodne, zda jsou dva grafy $G = (V, E)$ a $H = (W, F)$ se stejným počtem vrcholů n izomorfní. Grafy G a H jsou izomorfní právě tehdy, když existuje permutace $\pi: V \rightarrow W$ taková, že $\{u, v\} \in E$ právě tehdy, když $\{\pi(u), \pi(v)\} \in F$.

Hint: uvažte matice sousednosti A a B a ukažte, že G a H jsou izomorfní právě tehdy, když existuje permutační matice $P \in \{0, 1\}^{n \times n}$ splňující $AP = PB$. [5]

*Informace o cvičení naleznete na <http://kam.mff.cuni.cz/~balko/>