

Lineární programování a kombinatorická optimalizace – 2. teoretický domácí úkol*

28. března 2023

Jméno a přezdívka:

Řešení můžete odevzdávat do **11. dubna**, nejpozději ale v čase cvičení. Jsou povolena i opakovaná odevzdání.

1 Opakování z geometrie

Příklad 1. Jaká je dimenze průniku následujících dvou afinních podprostorů A_1 a A_2 v \mathbb{R}^6 ? [4]

$$A_1 = \{(x_a, x_b, x_c, x_d, x_e, x_f) \in \mathbb{R}^6 : \begin{aligned} 3x_a + 4x_b + 6x_c &= 3, \\ 4x_a + x_d + x_e &= 2, \\ x_b - 4x_c &= 8 \end{aligned}\}$$

a

$$A_2 = \{(x_a, x_b, x_c, x_d, x_e, x_f) \in \mathbb{R}^6 : \begin{aligned} x_b + x_c - x_d - x_e + 2x_f &= 0, \\ -x_c + x_d + x_e - 2x_f &= 0, \\ x_b - 7x_c &= 0 \end{aligned}\}.$$

Příklad 2. Rozhodněte, zda je bod $\mathbf{v} = (1, 1, 1)$ vrcholem mnohostěnu definovaného následujícím systémem nerovnic: [2+2]

$$(a) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \leq \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} \quad (b) \begin{pmatrix} -1 & -6 & 1 \\ -1 & -2 & 7 \\ 0 & 3 & -10 \\ 1 & 6 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \leq \begin{pmatrix} -6 \\ 5 \\ -7 \\ 6 \end{pmatrix}$$

2 Simplexová metoda

Příklad 3. Pomocí simplexové metody nalezněte optimální řešení následující úlohy: [7]

$$\begin{aligned} \max \quad & 3x_1 + 2x_2 \\ \text{př.} \quad & 2x_1 + x_2 \leq 18 \\ & 2x_1 + 3x_2 \leq 42 \\ & 3x_1 + x_2 \leq 24 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

Uveďte hodnotu účelové funkce v optimu a také všechny pivotovací kroky s jejich simplexovými tabulkami. Používejte Dantzigovo pivotovací pravidlo.

*Informace o cvičení naleznete na <http://kam.mff.cuni.cz/~balko/>