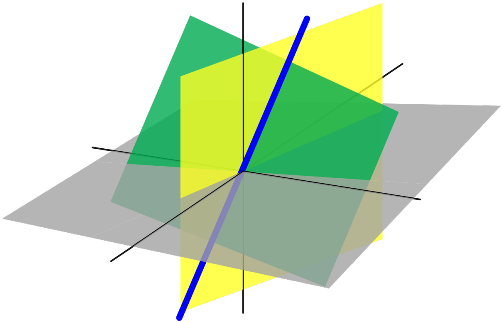
Lineární algebra 1

Martin Balko

2. přednáška

12. října 2021

Soustavy lineárních rovnic



Zdroj: https://en.wikipedia.org

Převod na redukovaný odstupňovaný tvar matice

Převod na redukovaný odstupňovaný tvar matice

- Následující matici převedeme do odstupňovaného tvaru. Fialově značené hodnoty ukazují aktuální pivoty.

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 & 5 \\ 4 & 5 & 0 & 9 \\ 0 & 1 & 2 & 2 \\ 2 & 4 & 3 & 7 \end{pmatrix}$$

Převod na redukovaný odstupňovaný tvar matice

- Následující matici převedeme do odstupňovaného tvaru. Fialově značené hodnoty ukazují aktuální pivoty.

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1/2 & 5/2 \\ 4 & 5 & 0 & 9 \\ 0 & 1 & 2 & 2 \\ 2 & 4 & 3 & 7 \end{pmatrix}$$

Převod na redukovaný odstupňovaný tvar matice

- Následující matici převedeme do odstupňovaného tvaru. Fialově značené hodnoty ukazují aktuální pivoty.

$$\begin{pmatrix} \color{purple}{1} & 1 & -1/2 & 5/2 \\ \color{red}{0} & \color{red}{1} & \color{red}{2} & \color{red}{-1} \\ 0 & 1 & 2 & 2 \\ 2 & 4 & 3 & 7 \end{pmatrix}$$

Převod na redukovaný odstupňovaný tvar matice

- Následující matici převedeme do odstupňovaného tvaru. Fialově značené hodnoty ukazují aktuální pivoty.

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1/2 & 5/2 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 2 & 2 \\ 2 & 4 & 3 & 7 \end{pmatrix}$$

Převod na redukovaný odstupňovaný tvar matice

- Následující matici převedeme do odstupňovaného tvaru. Fialově značené hodnoty ukazují aktuální pivoty.

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1/2 & 5/2 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

Převod na redukovaný odstupňovaný tvar matice

- Následující matici převedeme do odstupňovaného tvaru. Fialově značené hodnoty ukazují aktuální pivoty.

$$\begin{pmatrix} {\color{violet}1} & 1 & -1/2 & 5/2 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

Převod na redukovaný odstupňovaný tvar matice

- Následující matici převedeme do odstupňovaného tvaru. Fialově značené hodnoty ukazují aktuální pivoty.

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1/2 & 5/2 \\ 0 & \color{purple}{1} & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

Převod na redukovaný odstupňovaný tvar matice

- Následující matici převedeme do odstupňovaného tvaru. Fialově značené hodnoty ukazují aktuální pivoty.

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1/2 & 5/2 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

Převod na redukovaný odstupňovaný tvar matice

- Následující matici převedeme do odstupňovaného tvaru. Fialově značené hodnoty ukazují aktuální pivoty.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -5/2 & 7/2 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

Převod na redukovaný odstupňovaný tvar matice

- Následující matici převedeme do odstupňovaného tvaru. Fialově značené hodnoty ukazují aktuální pivoty.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -5/2 & 7/2 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 2 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

Převod na redukovaný odstupňovaný tvar matice

- Následující matici převedeme do odstupňovaného tvaru. Fialově značené hodnoty ukazují aktuální pivoty.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -5/2 & 7/2 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

Převod na redukovaný odstupňovaný tvar matice

- Následující matici převedeme do odstupňovaného tvaru. Fialově značené hodnoty ukazují aktuální pivoty.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -5/2 & 7/2 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

Převod na redukovaný odstupňovaný tvar matice

- Následující matici převedeme do odstupňovaného tvaru. Fialově značené hodnoty ukazují aktuální pivoty.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -5/2 & 7/2 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & \color{purple}{0} & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

Převod na redukovaný odstupňovaný tvar matice

- Následující matici převedeme do odstupňovaného tvaru. Fialově značené hodnoty ukazují aktuální pivoty.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -5/2 & 7/2 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

Převod na redukovaný odstupňovaný tvar matice

- Následující matici převedeme do odstupňovaného tvaru. Fialově značené hodnoty ukazují aktuální pivoty.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -5/2 & 7/2 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

Převod na redukovaný odstupňovaný tvar matice

- Následující matici převedeme do odstupňovaného tvaru. Fialově značené hodnoty ukazují aktuální pivoty.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -5/2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

Převod na redukovaný odstupňovaný tvar matice

- Následující matici převedeme do odstupňovaného tvaru. Fialově značené hodnoty ukazují aktuální pivoty.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -5/2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & \color{red}{0} \\ 0 & 0 & 0 & \color{violet}{1} \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

Převod na redukovaný odstupňovaný tvar matice

- Následující matici převedeme do odstupňovaného tvaru. Fialově značené hodnoty ukazují aktuální pivoty.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -5/2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Převod na redukovaný odstupňovaný tvar matice

- Následující matici převedeme do odstupňovaného tvaru. Fialově značené hodnoty ukazují aktuální pivoty.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -5/2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Příklad Gaussovy–Jordanovy eliminace

Příklad Gaussovy–Jordanovy eliminace

- Vyřešíme soustavu rovnic s následující rozšířenou maticí.

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 2 & 2 & -1 & 5 & -1 \\ 4 & 5 & 0 & 9 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & 2 & 4 \\ 2 & 4 & 3 & 7 & 7 \end{array}\right).$$

Příklad Gaussovy–Jordanovy eliminace

- Vyřešíme soustavu rovnic s následující rozšířenou maticí.

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 2 & 2 & -1 & 5 & -1 \\ 4 & 5 & 0 & 9 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & 2 & 4 \\ 2 & 4 & 3 & 7 & 7 \end{array}\right).$$

- Matici převedeme na redukovaný odstupňovaný tvar algoritmem $\mathrm{RREF}(A \mid b)$.

Příklad Gaussovy–Jordanovy eliminace

- Vyřešíme soustavu rovnic s následující rozšířenou maticí.

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 2 & 2 & -1 & 5 & -1 \\ 4 & 5 & 0 & 9 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & 2 & 4 \\ 2 & 4 & 3 & 7 & 7 \end{array}\right).$$

- Matici převedeme na redukovaný odstupňovaný tvar algoritmem $\mathrm{RREF}(A \mid b)$.

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & -5/2 & 0 & -4 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right).$$

Příklad Gaussovy–Jordanovy eliminace

- Vyřešíme soustavu rovnic s následující rozšířenou maticí.

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 2 & 2 & -1 & 5 & -1 \\ 4 & 5 & 0 & 9 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & 2 & 4 \\ 2 & 4 & 3 & 7 & 7 \end{array}\right).$$

- Matici převedeme na redukovaný odstupňovaný tvar algoritmem $\mathrm{RREF}(A \mid b)$.

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & -5/2 & 0 & -4 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right).$$

- A dořešíme zpětnou substitucí:

Příklad Gaussovy–Jordanovy eliminace

- Vyřešíme soustavu rovnic s následující rozšířenou maticí.

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 2 & 2 & -1 & 5 & -1 \\ 4 & 5 & 0 & 9 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & 2 & 4 \\ 2 & 4 & 3 & 7 & 7 \end{array}\right).$$

- Matici převedeme na redukovaný odstupňovaný tvar algoritmem $\mathrm{RREF}(A \mid b)$.

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & -5/2 & 0 & -4 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right).$$

- A dořešíme zpětnou substitucí: $x_4 = 1$,

Příklad Gaussovy–Jordanovy eliminace

- Vyřešíme soustavu rovnic s následující rozšířenou maticí.

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 2 & 2 & -1 & 5 & -1 \\ 4 & 5 & 0 & 9 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & 2 & 4 \\ 2 & 4 & 3 & 7 & 7 \end{array}\right).$$

- Matici převedeme na redukovaný odstupňovaný tvar algoritmem $\mathrm{RREF}(A \mid b)$.

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & -5/2 & 0 & -4 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right).$$

- A dořešíme zpětnou substitucí: $x_4 = 1$, x_3 je volná,

Příklad Gaussovy–Jordanovy eliminace

- Vyřešíme soustavu rovnic s následující rozšířenou maticí.

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 2 & 2 & -1 & 5 & -1 \\ 4 & 5 & 0 & 9 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & 2 & 4 \\ 2 & 4 & 3 & 7 & 7 \end{array}\right).$$

- Matici převedeme na redukovaný odstupňovaný tvar algoritmem $\mathrm{RREF}(A \mid b)$.

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & -5/2 & 0 & -4 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right).$$

- A dořešíme zpětnou substitucí: $x_4 = 1$, x_3 je volná, $x_2 = 2 - 2x_3$

Příklad Gaussovy–Jordanovy eliminace

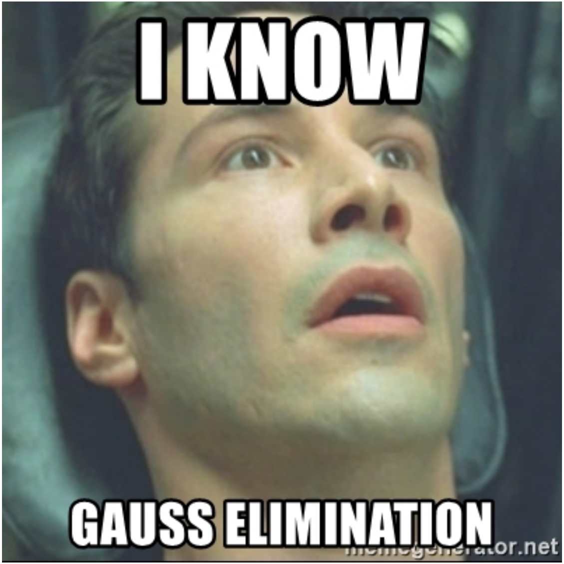
- Vyřešíme soustavu rovnic s následující rozšířenou maticí.

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 2 & 2 & -1 & 5 & -1 \\ 4 & 5 & 0 & 9 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & 2 & 4 \\ 2 & 4 & 3 & 7 & 7 \end{array}\right).$$

- Matici převedeme na redukovaný odstupňovaný tvar algoritmem $\mathrm{RREF}(A \mid b)$.

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & -5/2 & 0 & -4 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right).$$

- A dořešíme zpětnou substitucí: $x_4 = 1$, x_3 je volná, $x_2 = 2 - 2x_3$ a $x_1 = -4 + \frac{5}{2}x_3$.



Zdroj: https://memegenerator.net

Matice

(angl. Matrix)

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{cccc} 1 & 2 & \dots & n \end{array} \\ \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ \vdots \\ m \end{array} & \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & \dots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix} \end{array}$$

Zdroj: https://en.wikipedia.org

Pomůcka pro násobení matic

Pomůcka pro násobení matic

- Chceme vynásobit matice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{a} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Pomůcka pro násobení matic

- Chceme vynásobit matice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{a} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

- Prvek na pozici (i, j) spočítáme jako skalární součin A_{i*} a B_{*j}.

$$\begin{array}{c|c} & \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \\ \hline \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix} & \end{array}$$

Pomůcka pro násobení matic

- Chceme vynásobit matice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{a} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

- Prvek na pozici (i, j) spočítáme jako skalární součin A_{i*} a B_{*j}.

$$\begin{array}{c|c} & \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \\ \hline \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 10 & 15 & 12 & 14 \\ 2 & 2 & 3 & 2 \\ 8 & 10 & 10 & 12 \end{pmatrix} \end{array}$$

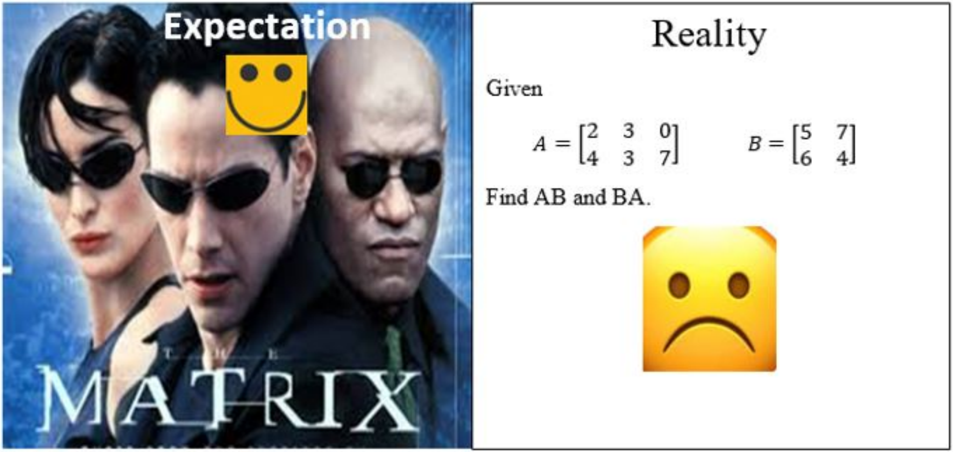
Pomůcka pro násobení matic

- Chceme vynásobit matice

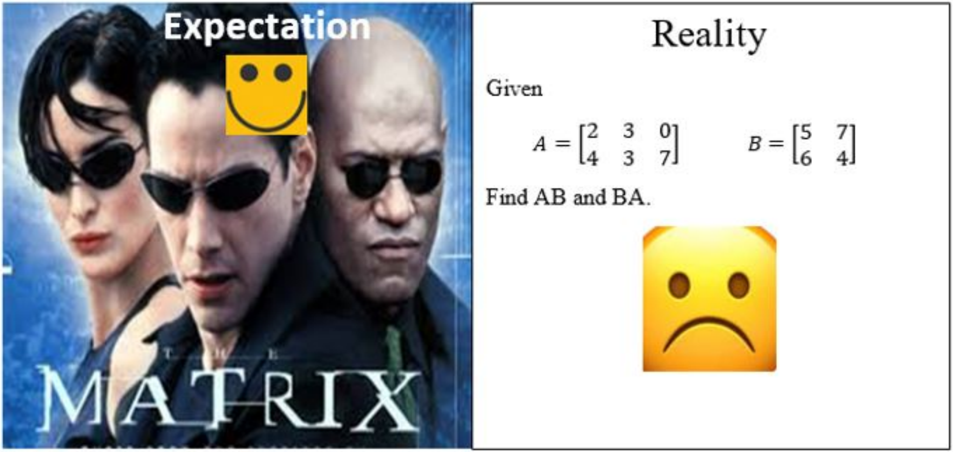
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{a} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

- Prvek na pozici (i, j) spočítáme jako skalární součin A_{i*} a B_{*j}.

$$\begin{array}{c|c} & \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \\ \hline \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 10 & 15 & 12 & 14 \\ 2 & 2 & 3 & 2 \\ 8 & 10 & 10 & 12 \end{pmatrix} \end{array}$$



Zdroj: https://economics.uwo.c



Zdroj: https://economics.uwo.c

Děkuji za pozornost.