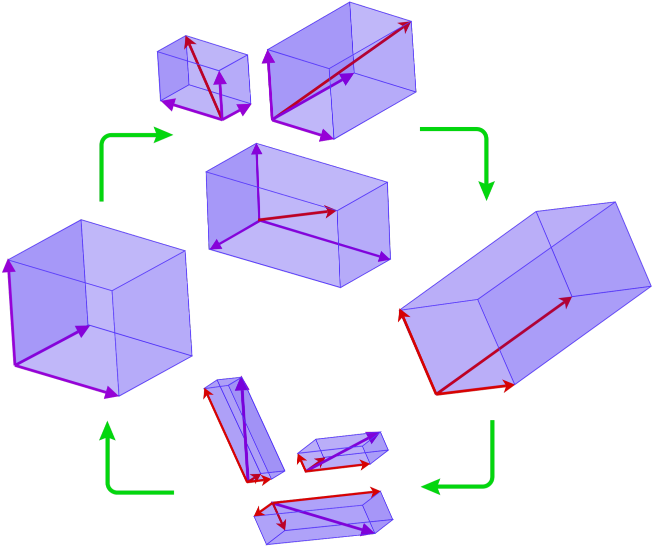
Lineární algebra 1

Martin Balko

13. přednáška

4. ledna 2022

Maticové reprezentace lineárních zobrazení



Zdroj: https://en.wikipedia.org/

Počítání matic přechodu

Počítání matic přechodu

- Mnemotechnika pro výpočet matice přechodu ${}_{B_V}[id]_{B_U}$

$$(\mathcal{B}_{\mathcal{V}}, \mathcal{B}_{\mathcal{U}}) \overset{\text{RREF}}{\sim} (I_n, {}_{B_V}[id]_{B_U}),$$

kde $\mathcal{B}_{\mathcal{V}} = {}_{kan}[id]_{B_V}$ má jako sloupce prvky báze B_V a $\mathcal{B}_{\mathcal{U}} = {}_{kan}[id]_{B_U}$ má jako sloupce prvky báze B_U.

Počítání matic přechodu

- Mnemotechnika pro výpočet matice přechodu ${}_{B_V}[id]_{B_U}$

$$(\mathcal{B}_{\mathcal{V}}, \mathcal{B}_{\mathcal{U}}) \overset{\text{RREF}}{\sim} (I_n, {}_{B_V}[id]_{B_U}),$$

  kde $\mathcal{B}_{\mathcal{V}} = {}_{kan}[id]_{B_V}$ má jako sloupce prvky báze B_V a $\mathcal{B}_{\mathcal{U}} = {}_{kan}[id]_{B_U}$ má jako sloupce prvky báze B_U.
- Vztah platí, protože

$${}_{B_V}[id]_{B_U} = {}_{B_V}[id]_{kan} \cdot {}_{kan}[id]_{B_U} = {}_{kan}[id]_{B_V}^{-1} \cdot {}_{kan}[id]_{B_U}$$

  a převedení matice na RREF lze vyjádřit násobením maticí ${}_{kan}[id]_{B_V}^{-1}$ zleva.

Příklad

Příklad

- Mějme lineární zobrazení $f : \mathbb{R}^3 \to \mathcal{P}^2$ dané maticí

$$_{B_V}[f]_{B_U} = A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix},$$

kde

$$B_U = \{(1,2,1)^\top, (0,1,1)^\top, (1,2,4)^\top\},$$
$$B_V = \{(x^2 - 2x + 3, x - 1, 2x^2 + x\}.$$

Příklad

- Mějme lineární zobrazení $f : \mathbb{R}^3 \to \mathcal{P}^2$ dané maticí

$$ {}_{B_V}[f]_{B_U} = A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}, $$

  kde

$$ B_U = \{(1,2,1)^\top, (0,1,1)^\top, (1,2,4)^\top\}, $$
$$ B_V = \{(x^2 - 2x + 3, x - 1, 2x^2 + x\}. $$

- Protože $\mathrm{rank}(A) = 2$, tak

$$ \dim \mathrm{Ker} = 3 - \mathrm{rank}(A) = 1 \quad \text{a} \quad \dim f(\mathbb{R}^3) = \mathrm{rank}(A) = 2. $$

Příklad

- Mějme lineární zobrazení $f : \mathbb{R}^3 \to \mathcal{P}^2$ dané maticí

$$
{}_{B_V}[f]_{B_U} = A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix},
$$

  kde

$$
\begin{aligned}
B_U &= \{(1,2,1)^\top, (0,1,1)^\top, (1,2,4)^\top\}, \\
B_V &= \{(x^2 - 2x + 3, x - 1, 2x^2 + x\}.
\end{aligned}
$$

- Protože $\mathrm{rank}(A) = 2$, tak

$$
\dim \mathrm{Ker} = 3 - \mathrm{rank}(A) = 1 \quad \text{a} \quad \dim f(\mathbb{R}^3) = \mathrm{rank}(A) = 2.
$$

- Tedy f není prosté a ani na.

Zkoušky

Zkoušky

- Průběh zkoušky:
    - Písemná s případnou opravou u ústní části. Písemná část maximálně na 2 hodiny.
    - Typicky 4 otázky, z toho 1 na definice a důkazy, 2 příklady a 1 se čtyřmi tvrzeními ano/ne.

Zkoušky

- Průběh zkoušky:
  - Písemná s případnou opravou u ústní části. Písemná část maximálně na 2 hodiny.
  - Typicky 4 otázky, z toho 1 na definice a důkazy, 2 příklady a 1 se čtyřmi tvrzeními ano/ne.
- Termíny jsou již v SISu.

Zkoušky

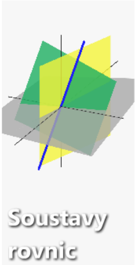
- Průběh zkoušky:
  - Písemná s případnou opravou u ústní části. Písemná část maximálně na 2 hodiny.
  - Typicky 4 otázky, z toho 1 na definice a důkazy, 2 příklady a 1 se čtyřmi tvrzeními ano/ne.
- Termíny jsou již v SISu.
- Pozor na nedávné změny časů a místností.

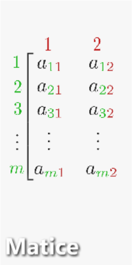
Zkoušky

- Průběh zkoušky:
  - Písemná s případnou opravou u ústní části. Písemná část maximálně na 2 hodiny.
  - Typicky 4 otázky, z toho 1 na definice a důkazy, 2 příklady a 1 se čtyřmi tvrzeními ano/ne.
- Termíny jsou již v SISu.
- Pozor na nedávné změny časů a místností.
- Při učení doporučuji si všechno psát na papír.

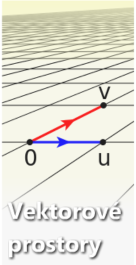
Zkoušky

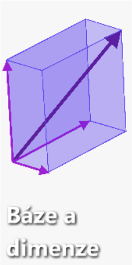
- Průběh zkoušky:
  - Písemná s případnou opravou u ústní části. Písemná část maximálně na 2 hodiny.
  - Typicky 4 otázky, z toho 1 na definice a důkazy, 2 příklady a 1 se čtyřmi tvrzeními ano/ne.
- Termíny jsou již v SISu.
- Pozor na nedávné změny časů a místností.
- Při učení doporučuji si všechno psát na papír.
- Rozsah: vše, co jsme probrali (viz rozpis jednotlivých přednášek).

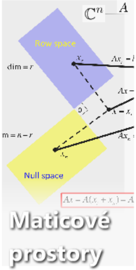

Soustavy rovnic

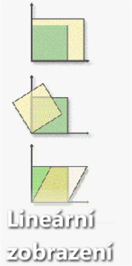

Matice

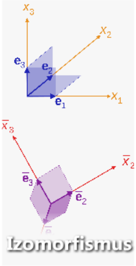

Grupy a tělesa

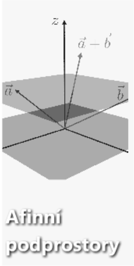

v
0
u
Vektorové prostory

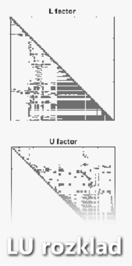

Báze a dimenze

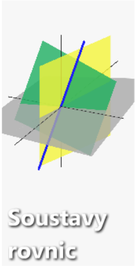

Row space
Null space
Maticové prostory

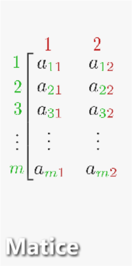

Lineární zobrazení

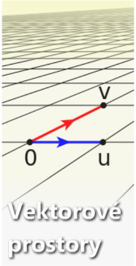

Izomorfismus

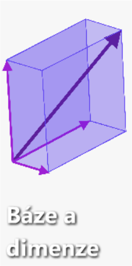

Afinní podprostory

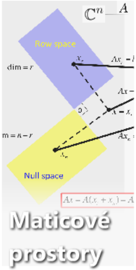

L factor
U factor
LU rozklad

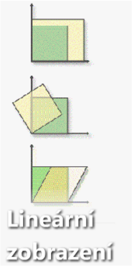


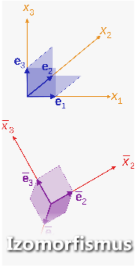


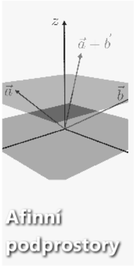


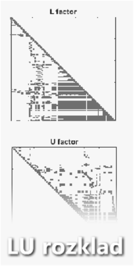












Děkuji za pozornost a přeji hodně štěstí u zkoušek.