

Lineární algebra 1

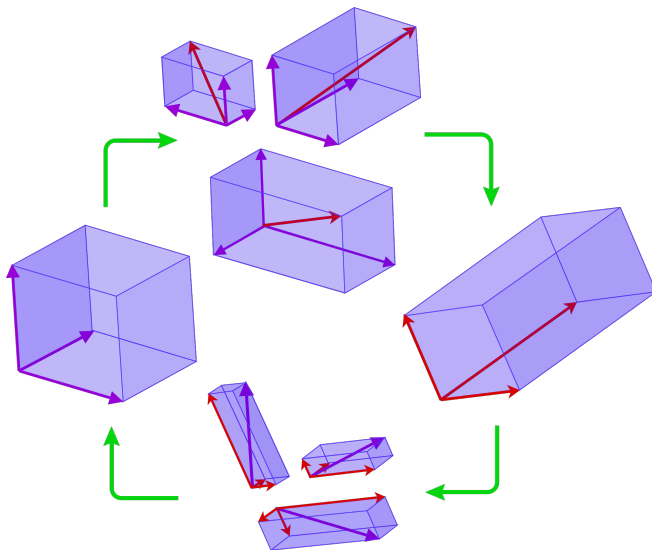
Martin Balko

12. přednáška

21. prosince 2021



Maticové reprezentace lineárních zobrazení



Příklad matice lineárního zobrazení

Příklad matice lineárního zobrazení

- Uvažme lineární zobrazení $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ s předpisem $f(x) = Ax$, kde

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}.$$

Příklad matice lineárního zobrazení

- Uvažme lineární zobrazení $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ s předpisem $f(x) = Ax$, kde

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}.$$

- Zvolme báze $B_U = \{(1, 2)^\top, (2, 1)^\top\}$ a $B_V = \{(1, -1)^\top, (0, 1)^\top\}$.

Příklad matice lineárního zobrazení

- Uvažme lineární zobrazení $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ s předpisem $f(x) = Ax$, kde

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}.$$

- Zvolme báze $B_U = \{(1, 2)^\top, (2, 1)^\top\}$ a $B_V = \{(1, -1)^\top, (0, 1)^\top\}$.
- Máme $f(1, 2) = (5, -5)^\top$ a $[f(1, 2)]_{B_V} = (5, 0)^\top$.

Příklad matice lineárního zobrazení

- Uvažme lineární zobrazení $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ s předpisem $f(x) = Ax$, kde

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}.$$

- Zvolme báze $B_U = \{(1, 2)^\top, (2, 1)^\top\}$ a $B_V = \{(1, -1)^\top, (0, 1)^\top\}$.
- Máme $f(1, 2) = (5, -5)^\top$ a $[f(1, 2)]_{B_V} = (5, 0)^\top$.
- Podobně máme $f(2, 1) = (4, 2)^\top$ a $[f(2, 1)]_{B_V} = (4, 6)^\top$.

Příklad matice lineárního zobrazení

- Uvažme lineární zobrazení $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ s předpisem $f(x) = Ax$, kde

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}.$$

- Zvolme báze $B_U = \{(1, 2)^\top, (2, 1)^\top\}$ a $B_V = \{(1, -1)^\top, (0, 1)^\top\}$.
- Máme $f(1, 2) = (5, -5)^\top$ a $[f(1, 2)]_{B_V} = (5, 0)^\top$.
- Podobně máme $f(2, 1) = (4, 2)^\top$ a $[f(2, 1)]_{B_V} = (4, 6)^\top$.
- Takže

$${}_{B_V}[f]_{B_U} = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 0 & 6 \end{pmatrix}.$$

Příklad matice přechodu

Příklad matice přechodu

- Najdeme matici přechodu v $\mathbb{R}^3$ od báze $B_1 = \{(1, 1, -1)^\top, (3, -2, 0)^\top, (2, -1, 1)^\top\}$ k bázi $B_2 = \{(8, -4, 1)^\top, (-8, 5, -2)^\top, (3, -2, 1)^\top\}$.

Příklad matice přechodu

- Najdeme matici přechodu v $\mathbb{R}^3$ od báze $B_1 = \{(1, 1, -1)^\top, (3, -2, 0)^\top, (2, -1, 1)^\top\}$ k bázi $B_2 = \{(8, -4, 1)^\top, (-8, 5, -2)^\top, (3, -2, 1)^\top\}$.
- Spočítáme

$$[(1, 1, -1)^\top]_{B_2} = (2, 3, 3)^\top,$$

$$[(3, -2, 0)^\top]_{B_2} = (-1, -4, -7)^\top,$$

$$[(2, -1, 1)^\top]_{B_2} = (1, 3, 6)^\top.$$

Příklad matice přechodu

- Najdeme matici přechodu v $\mathbb{R}^3$ od báze $B_1 = \{(1, 1, -1)^\top, (3, -2, 0)^\top, (2, -1, 1)^\top\}$ k bázi $B_2 = \{(8, -4, 1)^\top, (-8, 5, -2)^\top, (3, -2, 1)^\top\}$.
- Spočítáme

$$[(1, 1, -1)^\top]_{B_2} = (2, 3, 3)^\top,$$

$$[(3, -2, 0)^\top]_{B_2} = (-1, -4, -7)^\top,$$

$$[(2, -1, 1)^\top]_{B_2} = (1, 3, 6)^\top.$$

- Tedy

$${}_{B_2}[id]_{B_1} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & -4 & 3 \\ 3 & -7 & 6 \end{pmatrix}.$$

Příklad matice přechodu

- Najdeme matici přechodu v $\mathbb{R}^3$ od báze $B_1 = \{(1, 1, -1)^\top, (3, -2, 0)^\top, (2, -1, 1)^\top\}$ k bázi $B_2 = \{(8, -4, 1)^\top, (-8, 5, -2)^\top, (3, -2, 1)^\top\}$.
- Spočítáme

$$[(1, 1, -1)^\top]_{B_2} = (2, 3, 3)^\top,$$

$$[(3, -2, 0)^\top]_{B_2} = (-1, -4, -7)^\top,$$

$$[(2, -1, 1)^\top]_{B_2} = (1, 3, 6)^\top.$$

- Tedy

$${}_{B_2}[id]_{B_1} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & -4 & 3 \\ 3 & -7 & 6 \end{pmatrix}.$$

- Výpočet souřadnic:** pro $[(4, -1, -1)^\top]_{B_1} = (1, 1, 0)^\top$ máme

$$\begin{aligned} [(4, -1, -1)^\top]_{B_2} &= {}_{B_2}[id]_{B_1} \cdot [(4, -1, -1)^\top]_{B_1} \\ &= {}_{B_2}[id]_{B_1} \cdot (1, 1, 0)^\top = (1, -1, -4)^\top. \end{aligned}$$

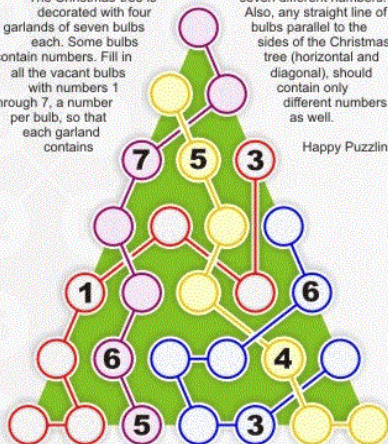
CHRISTMAS-TREE STRIMKO

by The Grabarchuk Family

The Christmas-tree is decorated with four garlands of seven bulbs each. Some bulbs contain numbers. Fill in all the vacant bulbs with numbers 1 through 7, a number per bulb, so that each garland contains

seven different numbers. Also, any straight line of bulbs parallel to the sides of the Christmas-tree (horizontal and diagonal), should contain only different numbers as well.

Happy Puzzling!



Zdroj: <https://www.strimko.com>

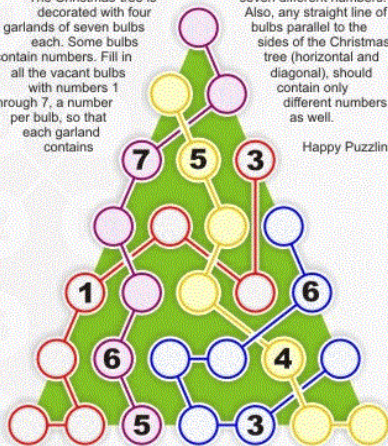
CHRISTMAS-TREE STRIMKO

by The Grabarchuk Family

The Christmas-tree is decorated with four garlands of seven bulbs each. Some bulbs contain numbers. Fill in all the vacant bulbs with numbers 1 through 7, a number per bulb, so that each garland contains

seven different numbers. Also, any straight line of bulbs parallel to the sides of the Christmas-tree (horizontal and diagonal), should contain only different numbers as well.

Happy Puzzling!



Zdroj: <https://www.strimko.com>

Děkuji za pozornost a
přeji Veselé Vánoce.