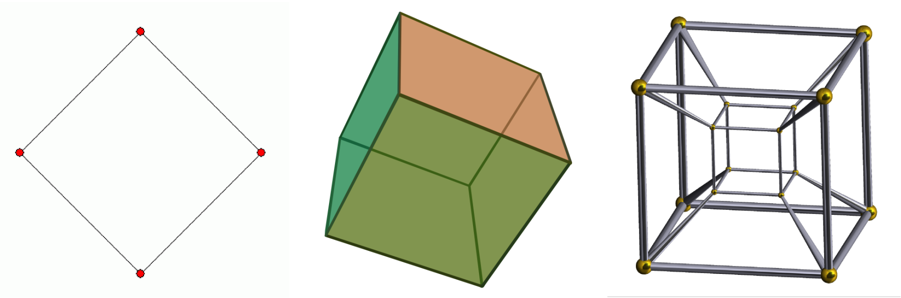
Lineární algebra 1

Martin Balko

11. přednáška

14. prosince 2021

Dimenze



Zdroj: https://en.wikipedia.org

Geometrický náhled na maticové prostory

Geometrický náhled na maticové prostory

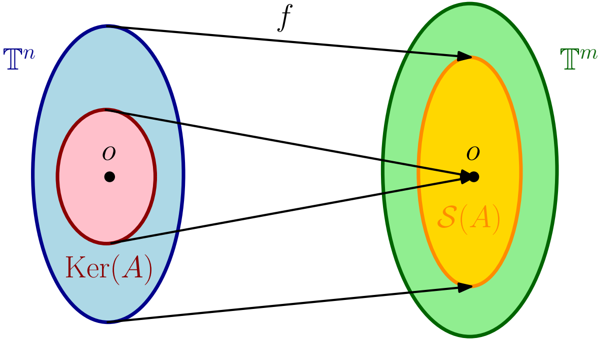
- Uvažme zobrazení $f : \mathbb{T}^n \to \mathbb{T}^m$ dané předpisem $f(x) = Ax$.

Geometrický náhled na maticové prostory

- Uvažme zobrazení $f\colon \mathbb{T}^n \to \mathbb{T}^m$ dané předpisem $f(x) = Ax$.
- Potom jádro $\mathrm{Ker}(A)$ je z definice tvořené vektory x s $f(x) = o$.

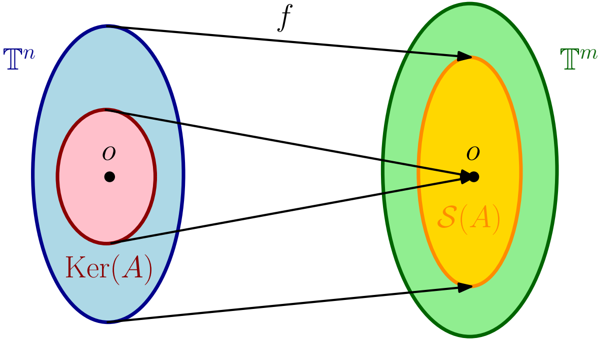
Geometrický náhled na maticové prostory

- Uvažme zobrazení $f: \mathbb{T}^n \to \mathbb{T}^m$ dané předpisem $f(x) = Ax$.
- Potom jádro $\mathrm{Ker}(A)$ je z definice tvořené vektory x s $f(x) = o$.
- Sloupcový prostor $\mathcal{S}(A)$ pak tvoří množinu všech obrazů přes f, neboli množinu $f(\mathbb{T}^n)$.



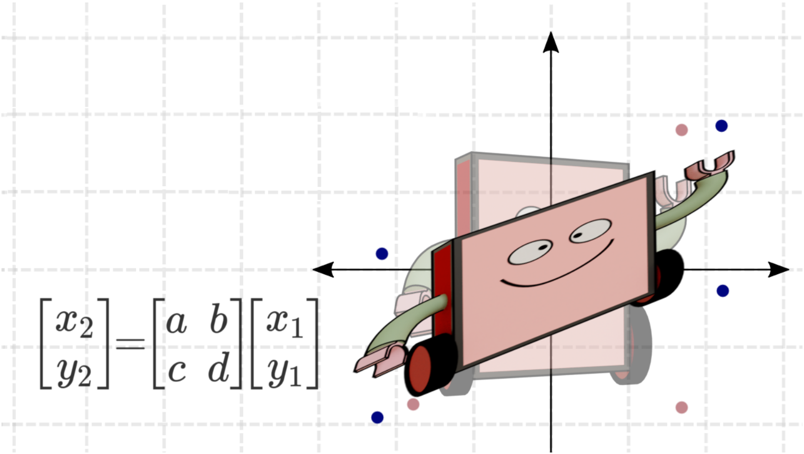
Geometrický náhled na maticové prostory

- Uvažme zobrazení $f: \mathbb{T}^n \to \mathbb{T}^m$ dané předpisem $f(x) = Ax$.
- Potom jádro $\mathrm{Ker}(A)$ je z definice tvořené vektory x s $f(x) = o$.
- Sloupcový prostor $\mathcal{S}(A)$ pak tvoří množinu všech obrazů přes f, neboli množinu $f(\mathbb{T}^n)$.



- Motivace pro...

Lineární zobrazení



Zdroj: https://articulatedrobotics.xyz/

Příklady lineárních zobrazení

Příklady lineárních zobrazení

- Zobrazení $f\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ dané předpisem $f(x) = Ax$ pro $A \in \mathbb{R}^{m\times n}$.

Příklady lineárních zobrazení

- Zobrazení $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ dané předpisem $f(x) = Ax$ pro $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$. Žádné jiné lineární zobrazení mezi prostory $\mathbb{R}^n$ a $\mathbb{R}^n$ neexistuje.

Příklady lineárních zobrazení

- Zobrazení $f\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ dané předpisem $f(x) = Ax$ pro $A \in \mathbb{R}^{m\times n}$.
  Žádné jiné lineární zobrazení mezi prostory $\mathbb{R}^n$ a $\mathbb{R}^n$ neexistuje.
- Triviální zobrazení $f\colon U \to V$ dané předpisem $f(x) = o$.

Příklady lineárních zobrazení

- Zobrazení $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ dané předpisem $f(x) = Ax$ pro $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$. Žádné jiné lineární zobrazení mezi prostory $\mathbb{R}^n$ a $\mathbb{R}^n$ neexistuje.
- Triviální zobrazení $f : U \to V$ dané předpisem $f(x) = o$.
- Identita $\mathrm{id} : U \to U$ definovaná $\mathrm{id}(x) = x$.

Příklady lineárních zobrazení

- Zobrazení $f\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ dané předpisem $f(x) = Ax$ pro $A \in \mathbb{R}^{m\times n}$. Žádné jiné lineární zobrazení mezi prostory $\mathbb{R}^n$ a $\mathbb{R}^n$ neexistuje.
- Triviální zobrazení $f\colon U \to V$ dané předpisem $f(x) = o$.
- Identita $\mathrm{id}\colon U \to U$ definovaná $\mathrm{id}(x) = x$.
- Zobrazení $f\colon \mathbb{T}^{m\times n} \to \mathbb{T}^{n\times m}$ dané předpisem $f(A) = A^\top$.

Příklady lineárních zobrazení

- Zobrazení $f\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ dané předpisem $f(x) = Ax$ pro $A \in \mathbb{R}^{m\times n}$. Žádné jiné lineární zobrazení mezi prostory $\mathbb{R}^n$ a $\mathbb{R}^n$ neexistuje.
- Triviální zobrazení $f\colon U \to V$ dané předpisem $f(x) = o$.
- Identita $\mathrm{id}\colon U \to U$ definovaná $\mathrm{id}(x) = x$.
- Zobrazení $f\colon \mathbb{T}^{m\times n} \to \mathbb{T}^{n\times m}$ dané předpisem $f(A) = A^\top$.
- Derivace reálných funkcí z $\mathcal{F}$.

Příklady lineárních zobrazení v rovině: škálování

Příklady lineárních zobrazení v rovině: škálování

- Už jsme videli několik zobrazení typu $f : x \mapsto Ax$ pro $A \in \mathbb{R}^{2\times 2}$ (překlopení podle osy, natáhnutí podle osy a rotaci).

Příklady lineárních zobrazení v rovině: škálování

- Už jsme videli několik zobrazení typu $f : x \mapsto Ax$ pro $A \in \mathbb{R}^{2\times 2}$ (překlopení podle osy, natáhnutí podle osy a rotaci).
- Zobrazení $f : x \mapsto Ax$ určené maticí

$$A = \begin{pmatrix} v_1 & 0 \\ 0 & v_2 \end{pmatrix}$$

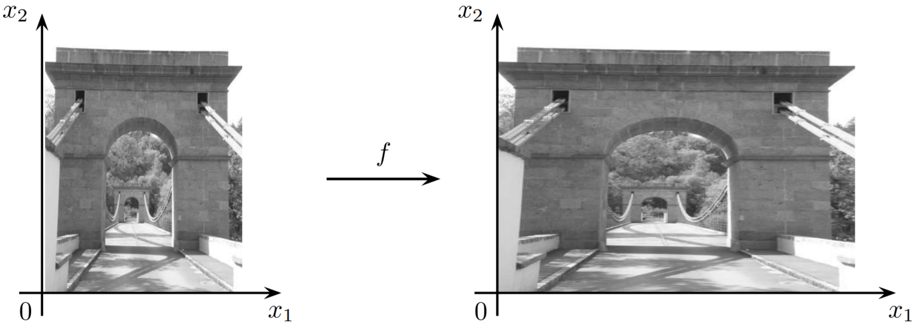
natahuje v_1-krát ve směru osy x_1 a v_2-krát ve směru osy x_2.

Příklady lineárních zobrazení v rovině: škálování

- Už jsme videli několik zobrazení typu $f : x \mapsto Ax$ pro $A \in \mathbb{R}^{2\times 2}$ (překlopení podle osy, natáhnutí podle osy a rotaci).
- Zobrazení $f : x \mapsto Ax$ určené maticí

$$A = \begin{pmatrix} v_1 & 0 \\ 0 & v_2 \end{pmatrix}$$

  natahuje v_1-krát ve směru osy x_1 a v_2-krát ve směru osy x_2.
- Příklad pro $(v_1, v_2) = (2, 1)$:

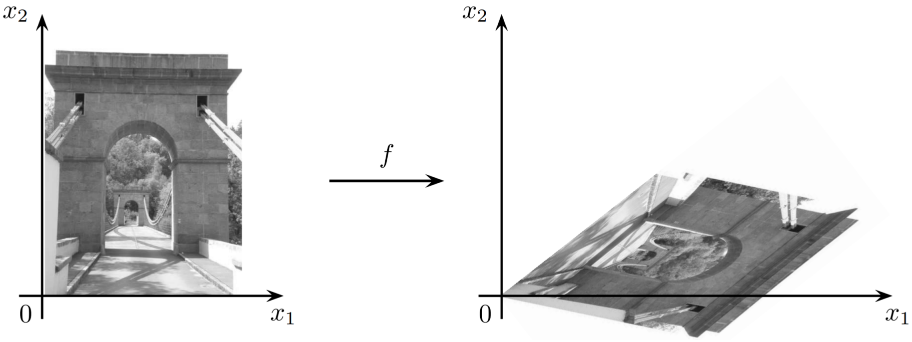


Zdroj: M. Hladík: Lineární algebra (nejen) pro informatiky

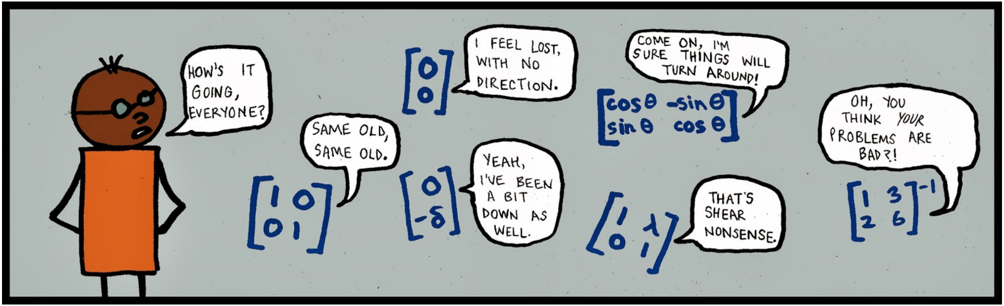
Příklady lineárních zobrazení v rovině: obecně

Příklady lineárních zobrazení v rovině: obecně

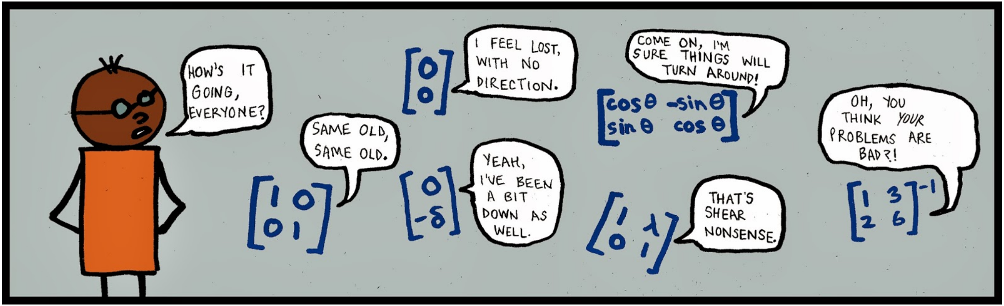
- Obecné lineární zobrazení $f\colon x \mapsto Ax$ je kombinací překlopení, natažení a rotace kolem počátku.



Zdroj: M. Hladík: Lineární algebra (nejen) pro informatiky



Zdroj: https://cs.appstate.edu/ sjg/class/2240/hss14.html



Zdroj: https://cs.appstate.edu/ sjg/class/2240/hss14.html

Děkuji za pozornost.