

# Kombinatorika a grafy 1

Martin Balko

## 4. přednáška

26. října 2021



# Konečné projektivní roviny

# Konečné projektivní roviny: motivace

## Konečné projektivní roviny: motivace

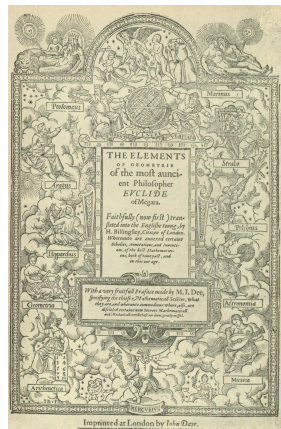
- Velmi symetrické a vzácné struktury.

## Konečné projektivní roviny: motivace

- Velmi symetrické a vzácné struktury.
- Motivace přichází z geometrie, konkrétně z Eukleidových Základů.

# Konečné projektivní roviny: motivace

- Velmi symetrické a vzácné struktury.
- Motivace přichází z geometrie, konkrétně z **Eukleidových Základů**.



Obrázek: **Eukleidés** (asi 325 př. n. l. – asi 260 př. n. l.) a **Eukleidovy Základy**.

# Eukleidovy Základy

# Eukleidovy Základy

- Jedna z **nejvýznamnějších knih**, po bibli byla nejrozšířenějším dílem.



# Eukleidovy Základy

- Jedna z **nejvýznamnějších knih**, po bibli byla nejrozšířenějším dílem.
  - „*No one has ever given so easy and natural a chain of geometrical consequences.*“ Augustus De Morgan
  - „*Euclid's Elements is certainly one of the greatest books ever written.*“ Bertrand Russel
  - „*...this marvelous accomplishment of reason gave to the human spirit the confidence it needed for its future achievements...*“ Albert Einstein

# Eukleidovy Základy

- Jedna z **nejvýznamnějších knih**, po bibli byla nejrozšířenějším dílem.
  - „*No one has ever given so easy and natural a chain of geometrical consequences.*“ Augustus De Morgan
  - „*Euclid's Elements is certainly one of the greatest books ever written.*“ Bertrand Russel
  - „*...this marvelous accomplishment of reason gave to the human spirit the confidence it needed for its future achievements...*“ Albert Einstein
- **Nové pojetí matematiky**, dodnes přijímané. Vzniklo jen jednou v historii.

# Eukleidovy Základy

- Jedna z **nejvýznamnějších knih**, po bibli byla nejrozšířenějším dílem.
  - „*No one has ever given so easy and natural a chain of geometrical consequences.*“ Augustus De Morgan
  - „*Euclid's Elements is certainly one of the greatest books ever written.*“ Bertrand Russel
  - „*...this marvelous accomplishment of reason gave to the human spirit the confidence it needed for its future achievements...*“ Albert Einstein
- **Nové pojetí matematiky**, dodnes přijímané. Vzniklo jen jednou v historii.
- Na základě **5 postulátů** Eukleidés vybudoval Eukleidovskou geometrii.

# Eukleidovy Základy

- Jedna z **nejvýznamnějších knih**, po bibli byla nejrozšířenějším dílem.
  - „*No one has ever given so easy and natural a chain of geometrical consequences.*“ Augustus De Morgan
  - „*Euclid's Elements is certainly one of the greatest books ever written.*“ Bertrand Russel
  - „*...this marvelous accomplishment of reason gave to the human spirit the confidence it needed for its future achievements...*“ Albert Einstein
- **Nové pojetí matematiky**, dodnes přijímané. Vzniklo jen jednou v historii.
- Na základě **5 postulátů** Eukleidés vybudoval Eukleidovskou geometrii.
  - Každé dva body určují úsečku.
  - Každou úsečku jde prodloužit na přímku.
  - Lze vytvořit kruh o daném středu, na jehož obvodě leží daný bod.
  - Všechny pravé úhly jsou si rovny.
  - K dané přímce a bodu  $p$ , který na ní neleží, lze sestrojít právě jednu rovnoběžku, která prochází bodem  $p$ .

# Od Základů ke konečným projektivním rovinám

# Od Základů ke konečným projektivním rovinám

- Jsou-li přímky množiny bodů roviny, pak Eukleidovy postuláty implikují:
  - Každými dvěma body prochází právě jedna přímka.
  - Každé dvě přímky se protínají v nanejvýš jednom bodě.

# Od Základů ke konečným projektivním rovinám

- Jsou-li přímky množiny bodů roviny, pak Eukleidovy postuláty implikují:
  - Každými dvěma body prochází právě jedna přímka.
  - Každé dvě přímky se protínají v nanejvýš jednom bodě.
- Gino Fano ukázal, že existují **konečné** množinové systémy splňující ještě silnější podmínky.



Obrázek: Gino Fano (1871–1952).

# Konečné projektivní roviny



# Aplikace: hra Dobble



## Aplikace: hra Dobble

- Na KPR je založena karetní hra **Dobble** (známa také jako **Spot it!**).



Zdroj: <http://deskovehry.com>

- Celkem **55** karet a **57** obrázků.

## Aplikace: hra Dobble

- Na KPR je založena karetní hra **Dobble** (známa také jako **Spot it!**).



Zdroj: <http://deskovehry.com>

- Celkem **55** karet a **57** obrázků.
- Na každé kartě je **8** obrázků a každé dvě karty **sdílí právě jeden**.

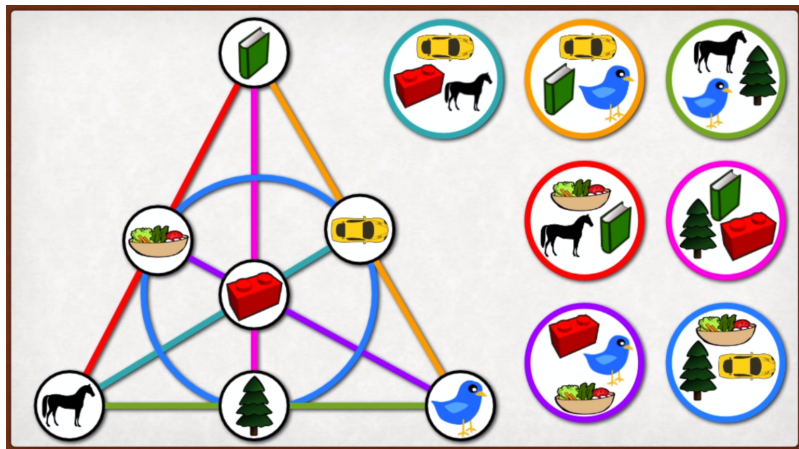


## Dobble a Fanova rovina

- **Ano**, hru vytvořit lze jen se **7** obrázky, stačí použít Fanovu rovinu.

# Dobble a Fanova rovina

- **Ano**, hru vytvořit lze jen se **7** obrázky, stačí použít Fanovu rovinu.



Zdroj: <http://youtube.com> ("The math behind Spot it!")

# Dobble

- **Dobble** je založen na konečné projektivní rovině řádu 7.



# Dobble

- Dobble je založen na konečné projektivní rovině řádu 7. Celkem tak máme  $57 = 7^2 + 7 + 1$  obrázků.

# Dobble

- Dobble je založen na konečné projektivní rovině řádu 7. Celkem tak máme  $57 = 7^2 + 7 + 1$  obrázků. Ale jen 55 karet, 2 karty tak chybí!

# Dobble

- **Dobble** je založen na konečné projektivní rovině řádu 7. Celkem tak máme  $57 = 7^2 + 7 + 1$  obrázků. Ale jen **55** karet, 2 karty tak chybí!



Zdroj: <http://youtube.com> ("The math behind Spot it!")

# Dobble

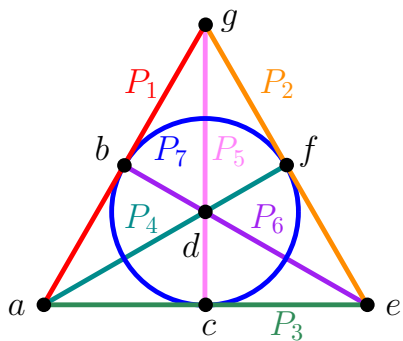
- **Dobble** je založen na konečné projektivní rovině řádu 7. Celkem tak máme  $57 = 7^2 + 7 + 1$  obrázků. Ale jen **55** karet, 2 karty tak chybí!



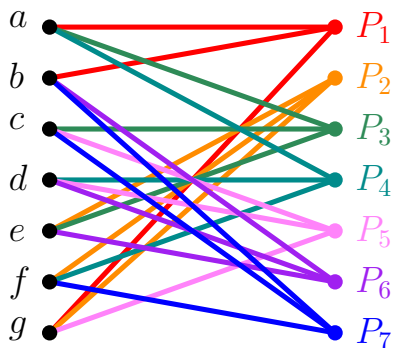
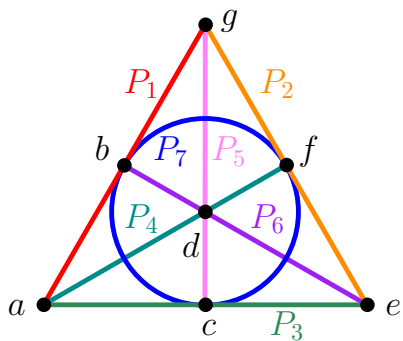
Zdroj: <http://youtube.com> ("The math behind Spot it!")

# Fanova rovina a její incidenční graf

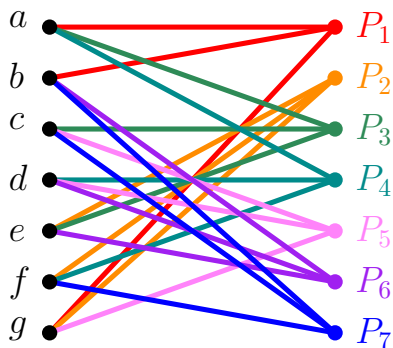
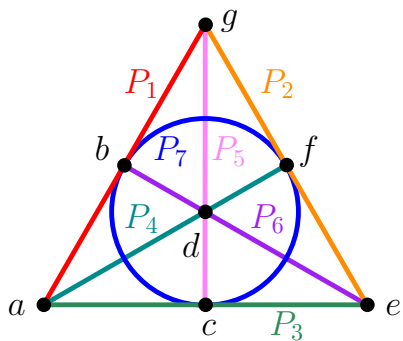
# Fanova rovina a její incidenční graf



# Fanova rovina a její incidenční graf



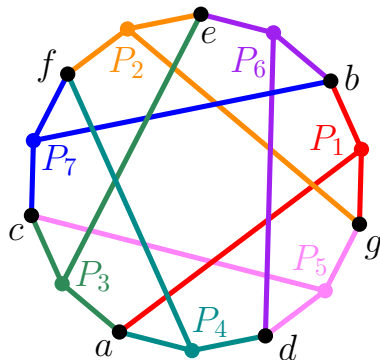
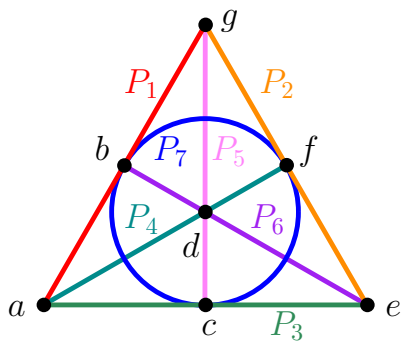
# Fanova rovina a její incidenční graf



- Incidenčním grafem Fanovy roviny je takzvaný **Heawoodův graf**.

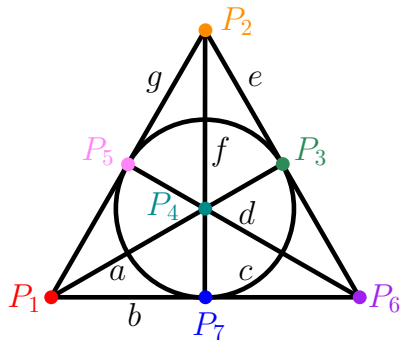
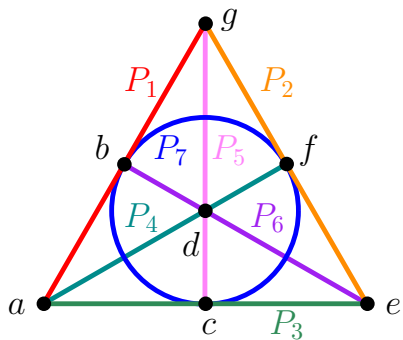


# Fanova rovina a její incidenční graf



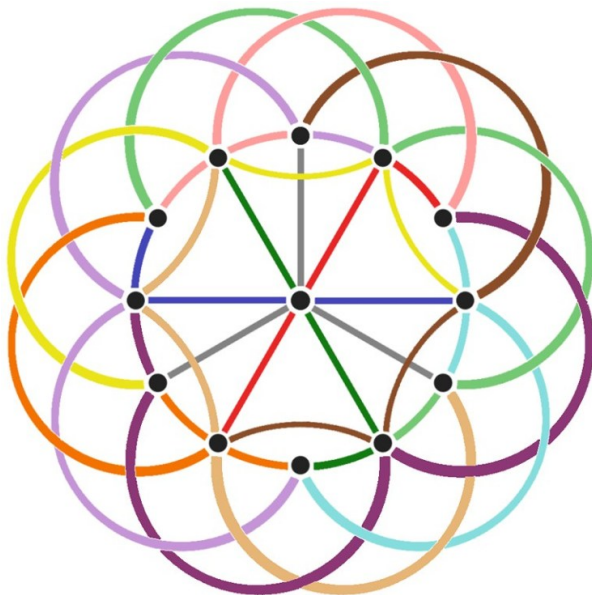
- Incidenčním grafem Fanovy roviny je takzvaný **Heawoodův graf**.

# Fanova rovina a její duál

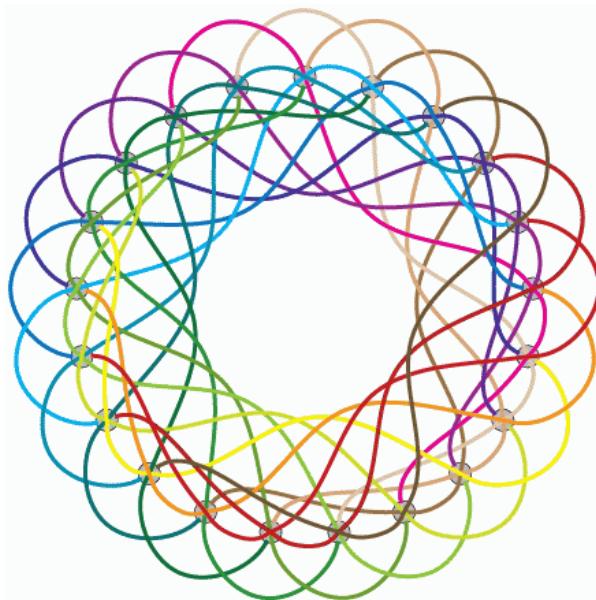


- Duálem Fanovy roviny je opět Fanova rovina.

# Konečná projektivní rovina řádu 3

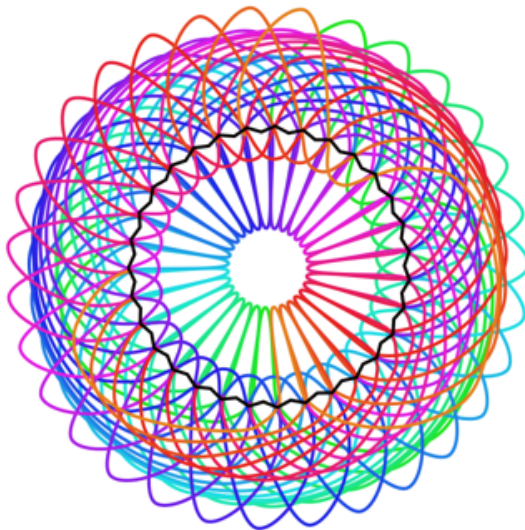


# Konečná projektivní rovina řádu 4

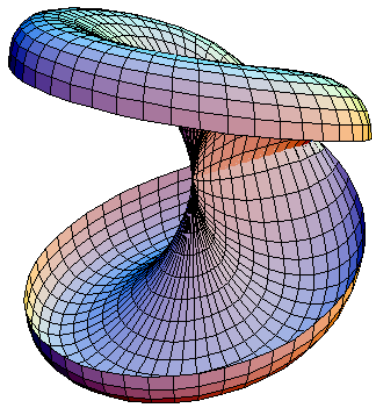
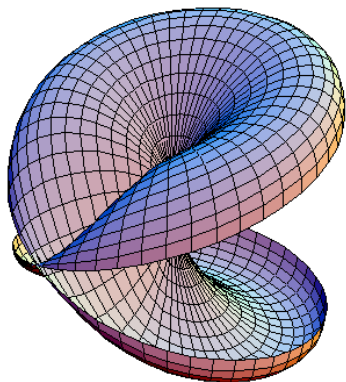


Zdroj: <http://mathpuzzle.com>

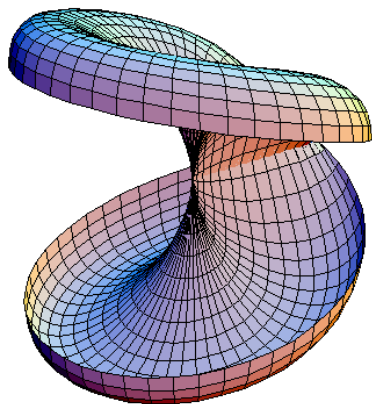
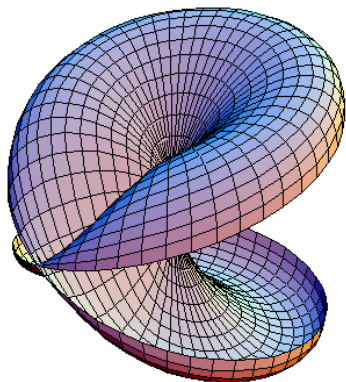
# Konečná projektivní rovina řádu 5



Zdroj: <http://synthesist.net>



Zdroj: <http://en.wikipedia.org>



Zdroj: <http://en.wikipedia.org>

Děkuji za pozornost.