

Kombinatorika a grafy 1

Martin Balko

10. přednáška

7. prosince 2022



Počítání dvěma způsoby

Spernerova věta

Spernerova věta

- Každý nezávislý systém v $2^{\{1, \dots, n\}}$ obsahuje nanejvýš $\binom{n}{\lceil n/2 \rceil}$ prvků. Tento odhad je těsný.

Spernerova věta

- Každý nezávislý systém v $2^{\{1, \dots, n\}}$ obsahuje nanejvýš $\binom{n}{\lceil n/2 \rceil}$ prvků.
Tento odhad je těsný.
- Dokázal ji **Emanuel Sperner** v roce 1928.

Spernerova věta

- Každý nezávislý systém v $2^{\{1, \dots, n\}}$ obsahuje nanejvýš $\binom{n}{\lceil n/2 \rceil}$ prvků. Tento odhad je těsný.
- Dokázal ji **Emanuel Sperner** v roce 1928.

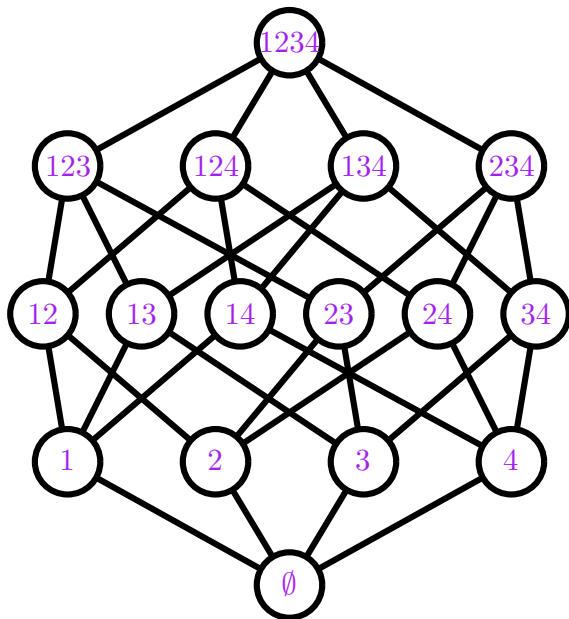


Obrázek: **Emanuel Sperner** (1905–1980).

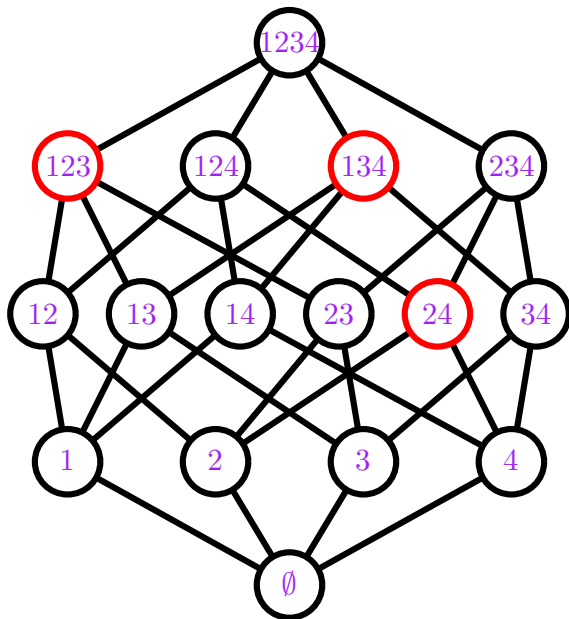
Zdroj: <http://en.wikipedia.org>

Spernerova věta: příklad pro $n = 4$

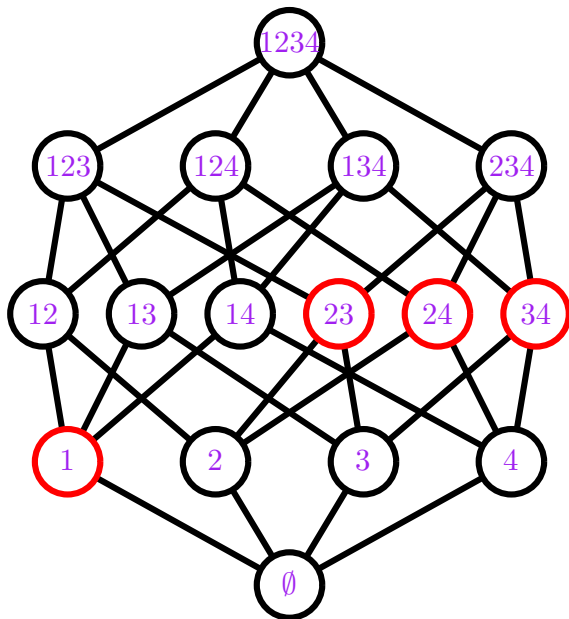
Spernerova věta: příklad pro $n = 4$



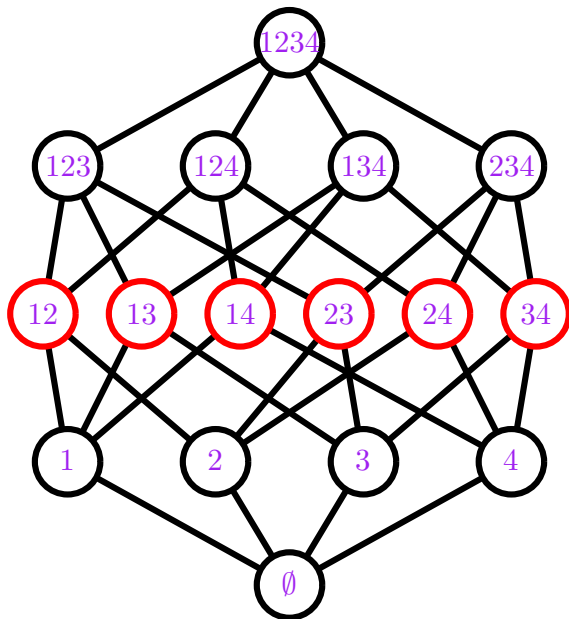
Spernerova věta: příklad pro $n = 4$



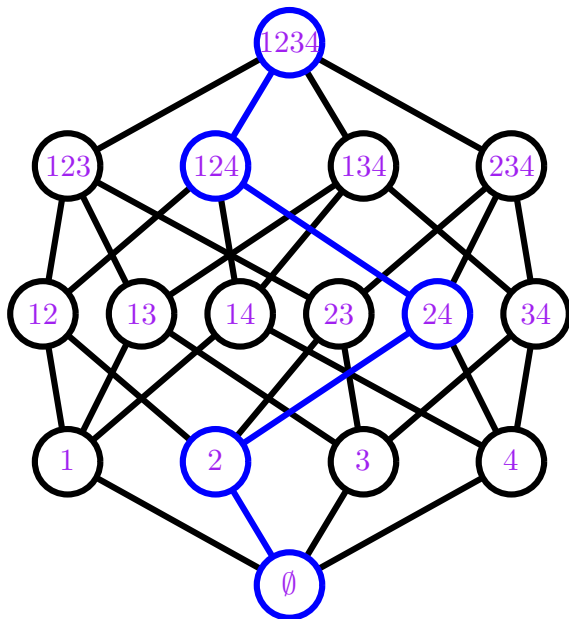
Spernerova věta: příklad pro $n = 4$



Spernerova věta: příklad pro $n = 4$



Spernerova věta: příklad pro $n = 4$



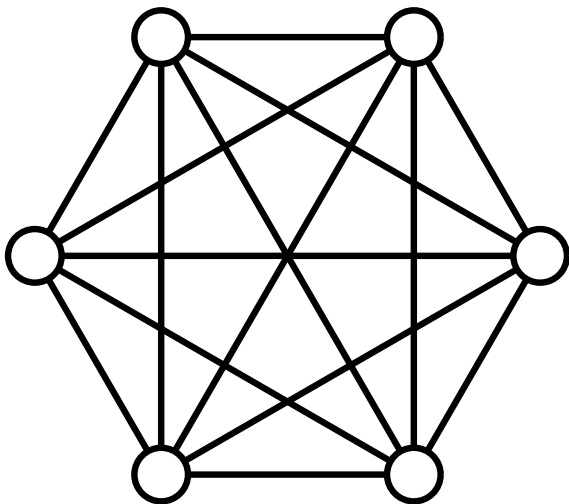
Úvod do Ramseyovy teorie

Úvod do Ramseyovy teorie

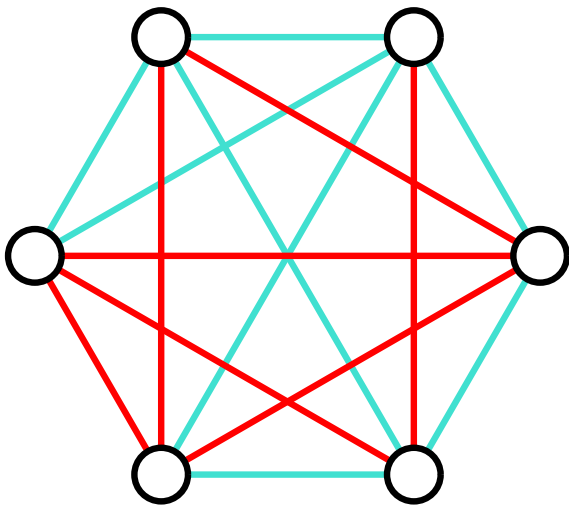
„Každý dost velký systém obsahuje homogenní podsystem dané velikosti.“

Ramseyova věta: příklad pro K_3 a dvě barvy

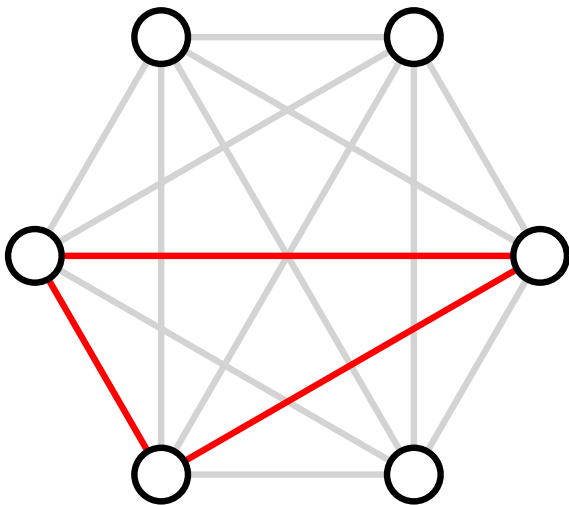
Ramseyova věta: příklad pro K_3 a dvě barvy



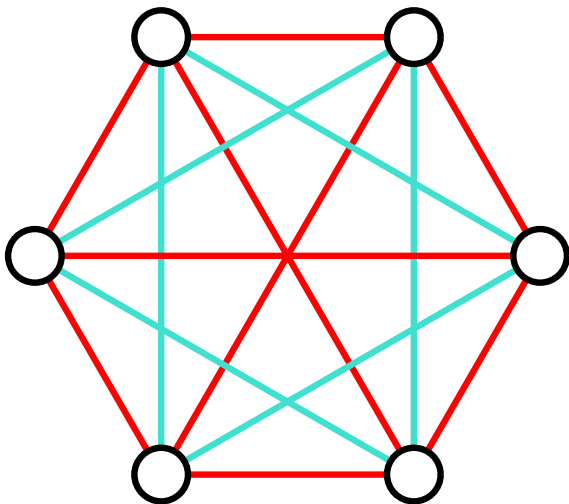
Ramseyova věta: příklad pro K_3 a dvě barvy



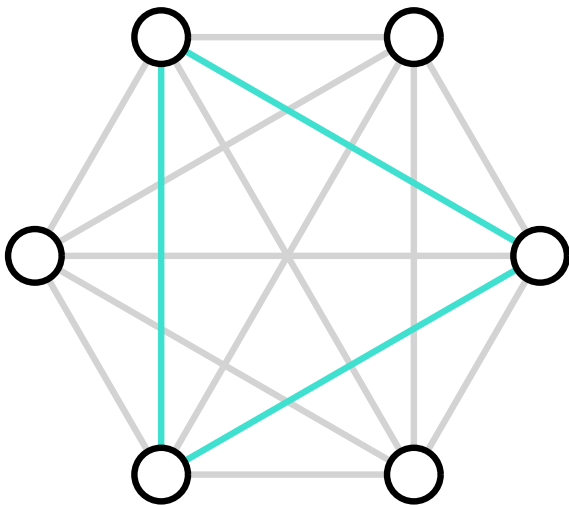
Ramseyova věta: příklad pro K_3 a dvě barvy



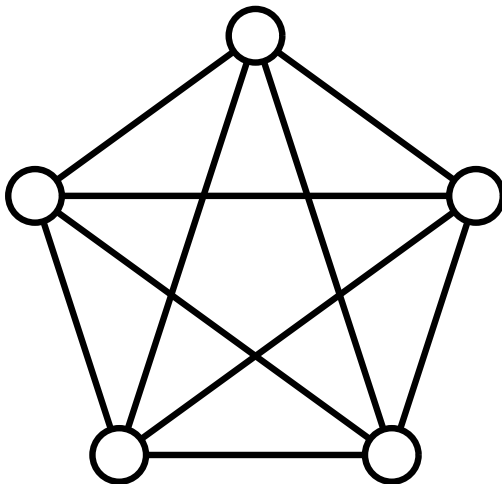
Ramseyova věta: příklad pro K_3 a dvě barvy



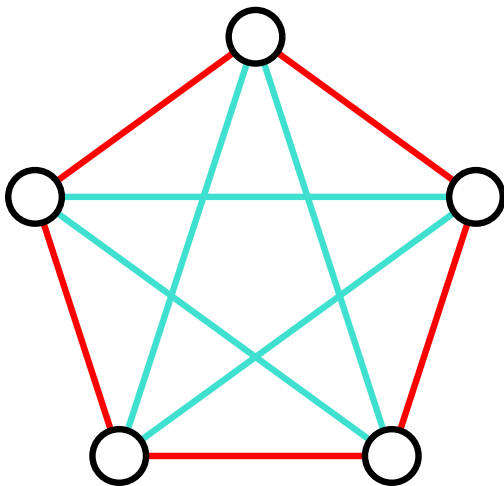
Ramseyova věta: příklad pro K_3 a dvě barvy



Ramseyova věta: příklad pro K_3 a dvě barvy



Ramseyova věta: příklad pro K_3 a dvě barvy



Ramseyova čísla grafů

Ramseyova čísla grafů

- Pro každá přirozená čísla k a ℓ platí $R(k, \ell) \leq \binom{k+\ell-2}{k-1}$.

Ramseyova čísla grafů

- Pro každá přirozená čísla k a ℓ platí $R(k, \ell) \leq \binom{k+\ell-2}{k-1}$.
- Odhad dokázali Paul Erdős a George Szekeres v článku z roku 1935, ve kterém nezávisle objevili Ramseyovu větu.

Ramseyova čísla grafů

- Pro každá přirozená čísla k a ℓ platí $R(k, \ell) \leq \binom{k+\ell-2}{k-1}$.
- Odhad dokázali **Paul Erdős** a **George Szekeres** v článku z roku 1935, ve kterém nezávisle objevili Ramseyovu větu.



Obrázek: **Paul Erdős** (1913–1996) a **George Szekeres** (1911–2005).

Známá Ramseyova čísla $R(k, \ell)$

Známa Ramseyova čísla $R(k, \ell)$

k/ℓ	3	4	5	6	7	8	9
3	6	9	14	18	23	28	36
4		18	25	35–41	49–61	56–84	73–115
5			43–48	58–87	80–143	101–216	125–316
6				102–147	113–298	130–495	169–780
7					205–540	216–1031	237–1713
8						282–1870	317–3583
9							565–6588



Zdroj: „Proofs from the Book“ (Aigner, Ziegler)

Děkuji za pozornost.