

# Kombinatorika a grafy I

Martin Balko

## 8. přednáška

23. listopadu 2021



# Míra souvislosti grafů

# Připomenutí z diskrétní matematiky

## Připomenutí z diskrétní matematiky

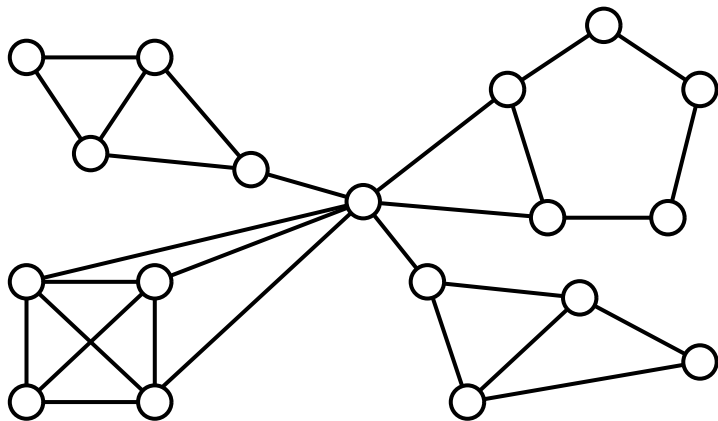
- Graf  $G$  je **souvislý**, pokud každé dva vrcholy jsou v  $G$  spojeny cestou.

## Připomenutí z diskrétní matematiky

- Graf  $G$  je **souvislý**, pokud každé dva vrcholy jsou v  $G$  spojeny cestou.
- Jinak je  $G$  **nesouvislý** a rozpadá se na **komponenty souvislosti**.

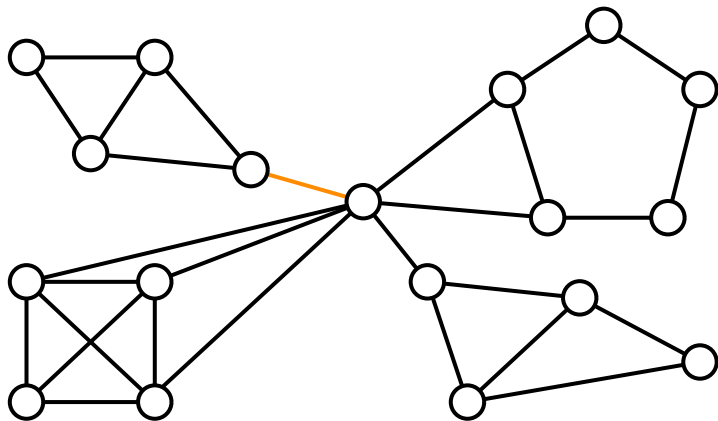
## Připomenutí z diskrétní matematiky

- Graf  $G$  je **souvislý**, pokud každé dva vrcholy jsou v  $G$  spojeny cestou.
- Jinak je  $G$  **nesouvislý** a rozpadá se na **komponenty souvislosti**.



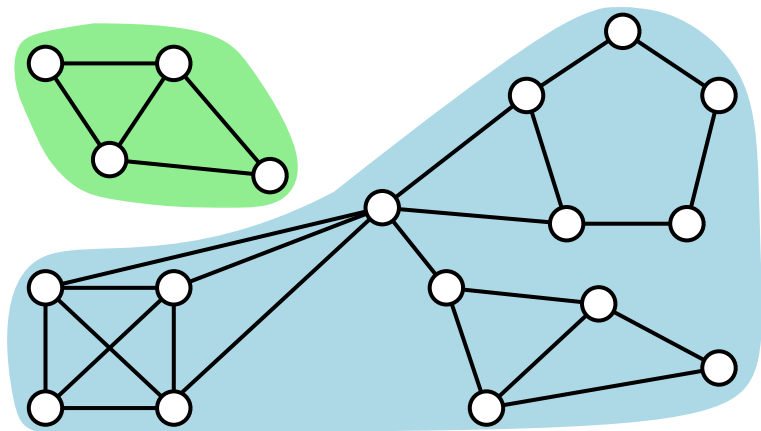
## Připomenutí z diskrétní matematiky

- Graf  $G$  je **souvislý**, pokud každé dva vrcholy jsou v  $G$  spojeny cestou.
- Jinak je  $G$  **nesouvislý** a rozpadá se na **komponenty souvislosti**.



## Připomenutí z diskrétní matematiky

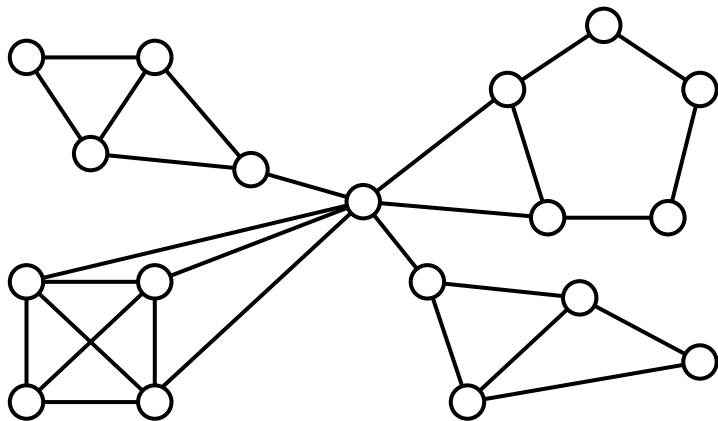
- Graf  $G$  je **souvislý**, pokud každé dva vrcholy jsou v  $G$  spojeny cestou.
- Jinak je  $G$  **nesouvislý** a rozpadá se na **komponenty souvislosti**.





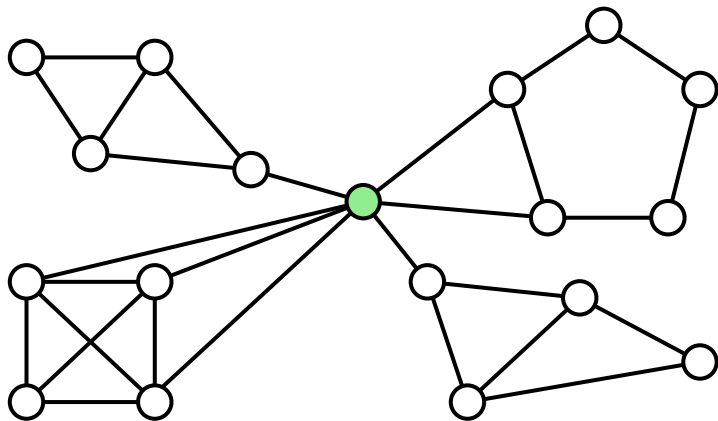
## Připomenutí z diskrétní matematiky

- Graf  $G$  je **souvislý**, pokud každé dva vrcholy jsou v  $G$  spojeny cestou.
- Jinak je  $G$  **nesouvislý** a rozpadá se na **komponenty souvislosti**.



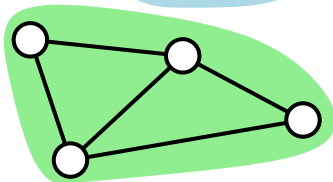
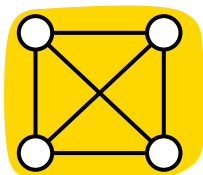
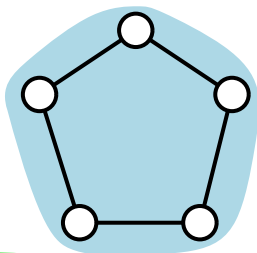
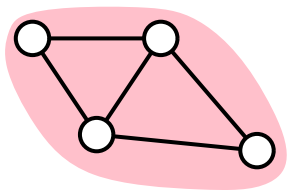
## Připomenutí z diskrétní matematiky

- Graf  $G$  je **souvislý**, pokud každé dva vrcholy jsou v  $G$  spojeny cestou.
- Jinak je  $G$  **nesouvislý** a rozpadá se na **komponenty souvislosti**.



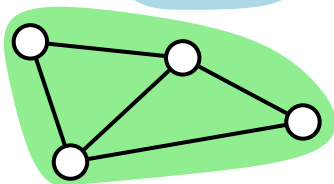
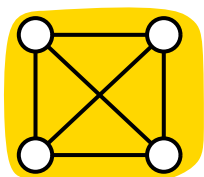
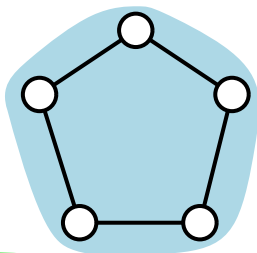
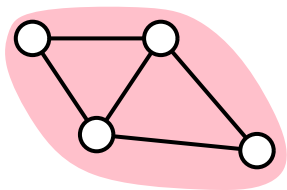
## Připomenutí z diskrétní matematiky

- Graf  $G$  je **souvislý**, pokud každé dva vrcholy jsou v  $G$  spojeny cestou.
- Jinak je  $G$  **nesouvislý** a rozpadá se na **komponenty souvislosti**.



# Připomenutí z diskrétní matematiky

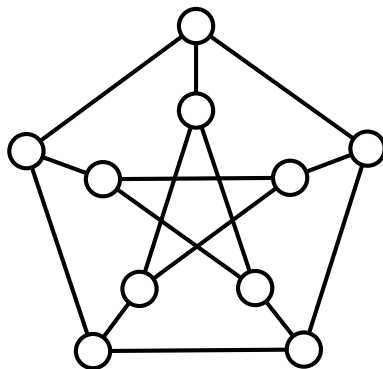
- Graf  $G$  je **souvislý**, pokud každé dva vrcholy jsou v  $G$  spojeny cestou.
- Jinak je  $G$  **nesouvislý** a rozpadá se na **komponenty souvislosti**.



- Jak moc je graf odolný proti rozpadnutí při odebrání hran/vrcholů?

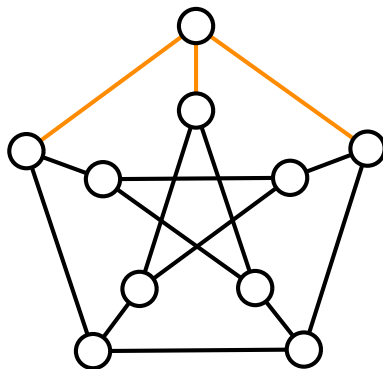
# Petersenův graf

# Petersenův graf



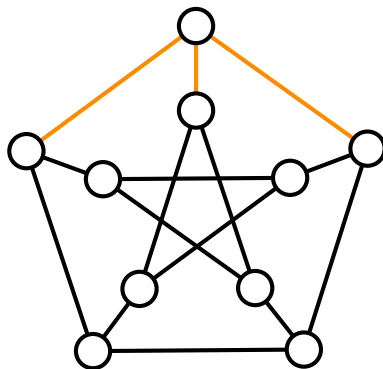
Obrázek: Julius Petersen (1839–1910) a Petersenův graf.

# Petersenův graf



Obrázek: Julius Petersen (1839–1910) a Petersenův graf.

# Petersenův graf

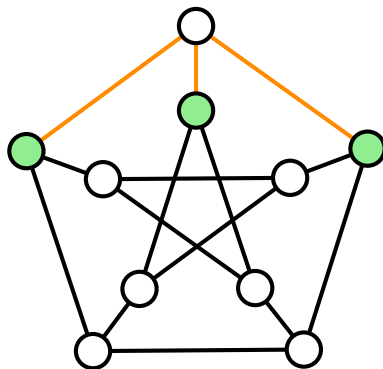


$$k_e(\text{Petersen}) = 3$$

Obrázek: Julius Petersen (1839–1910) a Petersenův graf.



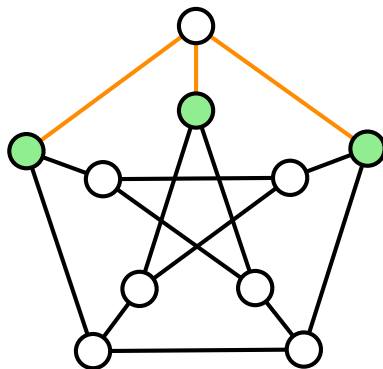
# Petersenův graf



$$k_e(\text{Petersen}) = 3$$

Obrázek: Julius Petersen (1839–1910) a Petersenův graf.

# Petersenův graf



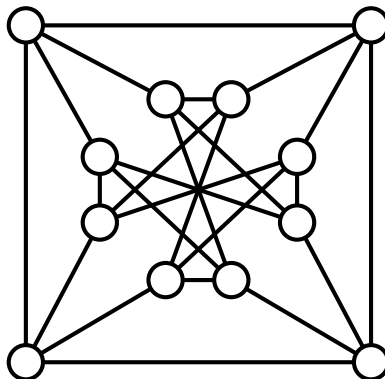
$$k_e(\text{Petersen}) = 3$$

$$k_v(\text{Petersen}) = 3$$

Obrázek: Julius Petersen (1839–1910) a Petersenův graf.

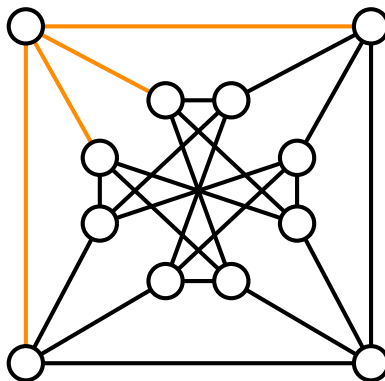
# Chvátalův graf

# Chvátalův graf



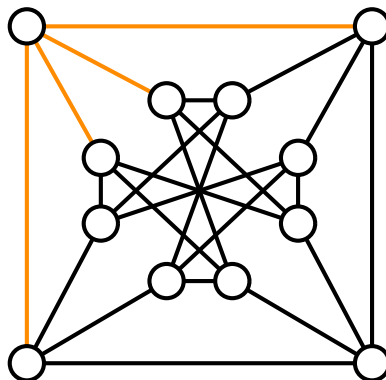
Obrázek: Václav Chvátal (narozen 1946) a Chvátalův graf.

# Chvátalův graf



Obrázek: Václav Chvátal (narozen 1946) a Chvátalův graf.

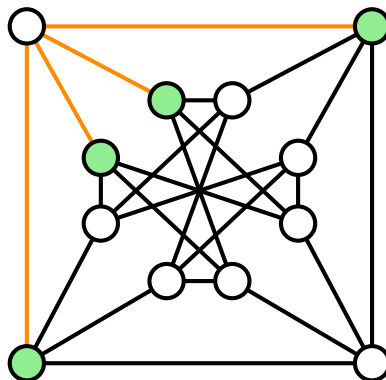
# Chvátalův graf



$$k_e(\text{Chvátal}) = 4$$

Obrázek: Václav Chvátal (narozen 1946) a Chvátalův graf.

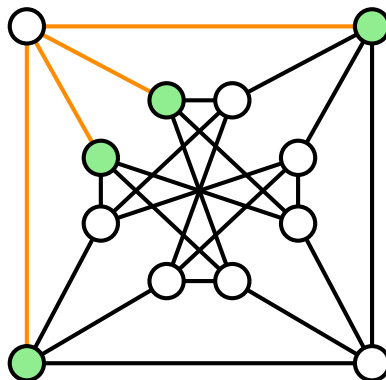
# Chvátalův graf



$$k_e(\text{Chvátal}) = 4$$

Obrázek: Václav Chvátal (narozen 1946) a Chvátalův graf.

# Chvátalův graf



$$k_e(\text{Chvátal}) = 4$$

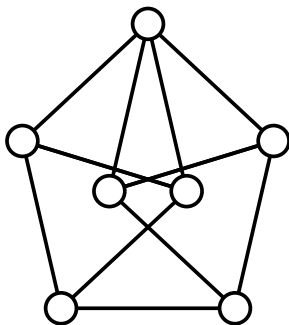
$$k_v(\text{Chvátal}) = 4$$

Obrázek: Václav Chvátal (narozen 1946) a Chvátalův graf.



# Moser spindle

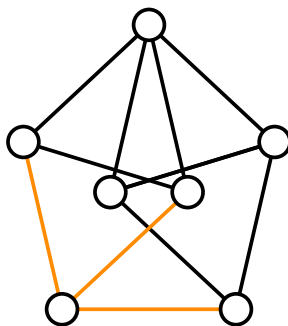
# Moser spindle



Obrázek: **Leo Moser** (1921–1970) a Moser spindle.

Zdroj: <http://googology.wikia.com>

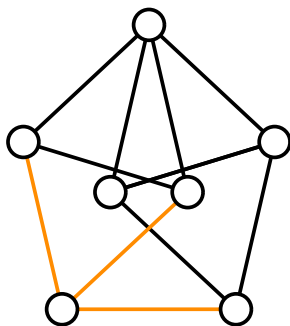
# Moser spindle



Obrázek: Leo Moser (1921–1970) a Moser spindle.

Zdroj: <http://googology.wikia.com>

# Moser spindle

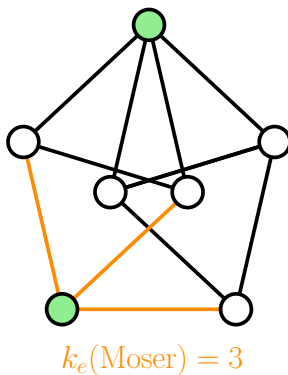


$$k_e(\text{Moser}) = 3$$

Obrázek: Leo Moser (1921–1970) a Moser spindle.

Zdroj: <http://googology.wikia.com>

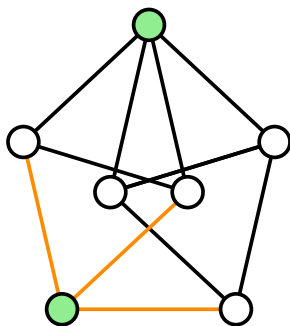
# Moser spindle



Obrázek: Leo Moser (1921–1970) a Moser spindle.

Zdroj: <http://googology.wikia.com>

# Moser spindle



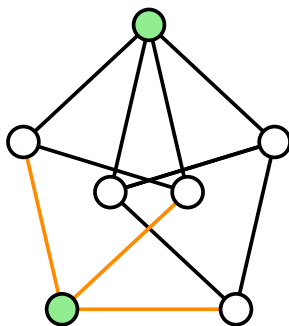
$$k_e(\text{Moser}) = 3$$

$$k_v(\text{Moser}) = 2$$

Obrázek: Leo Moser (1921–1970) a Moser spindle.

Zdroj: <http://googology.wikia.com>

# Moser spindle



$$k_e(\text{Moser}) = 3$$

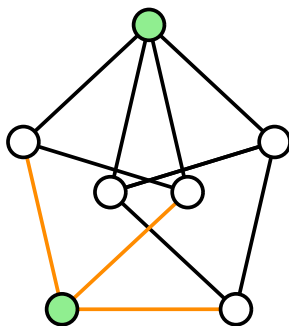
$$k_v(\text{Moser}) = 2$$

Obrázek: Leo Moser (1921–1970) a Moser spindle.

Zdroj: <http://googology.wikia.com>

- **Chromatické číslo roviny:** Čemu se rovná  $\chi(R)$ , kde v  $R = (\mathbb{R}^2, E)$  platí  $\{x, y\} \in E \Leftrightarrow \|x - y\| = 1$ ?

# Moser spindle



$$k_e(\text{Moser}) = 3$$

$$k_v(\text{Moser}) = 2$$

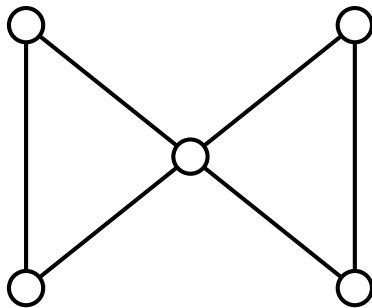
Obrázek: Leo Moser (1921–1970) a Moser spindle.

Zdroj: <http://googology.wikia.com>

- **Chromatické číslo roviny:** Čemu se rovná  $\chi(R)$ , kde v  $R = (\mathbb{R}^2, E)$  platí  $\{x, y\} \in E \Leftrightarrow \|x - y\| = 1$ ?
- Moser spindle dává  $\chi(R) \geq 4$  a je známo, že  $5 \leq \chi(R) \leq 7$ .

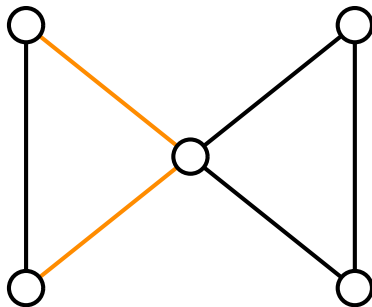


# Motýl



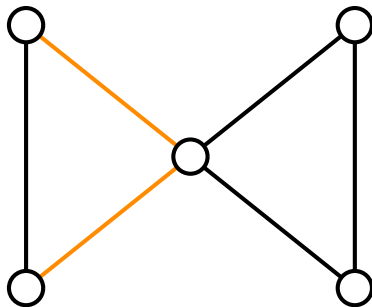
Zdroj: <http://img.signaly.cz>

# Motýl



Zdroj: <http://img.signaly.cz>

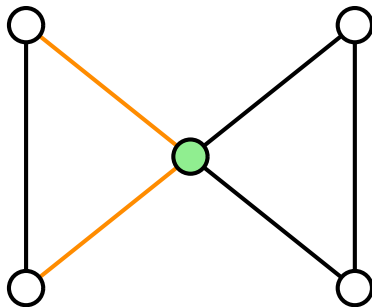
# Motýl



$$k_e(\text{Motýl}) = 2$$

Zdroj: <http://img.signaly.cz>

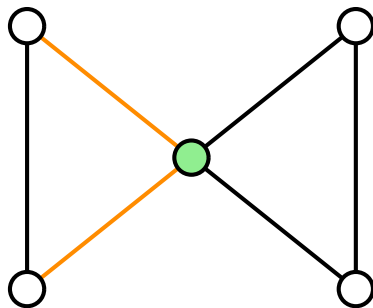
# Motýl



$$k_e(\text{Motýl}) = 2$$

Zdroj: <http://img.signaly.cz>

# Motýl

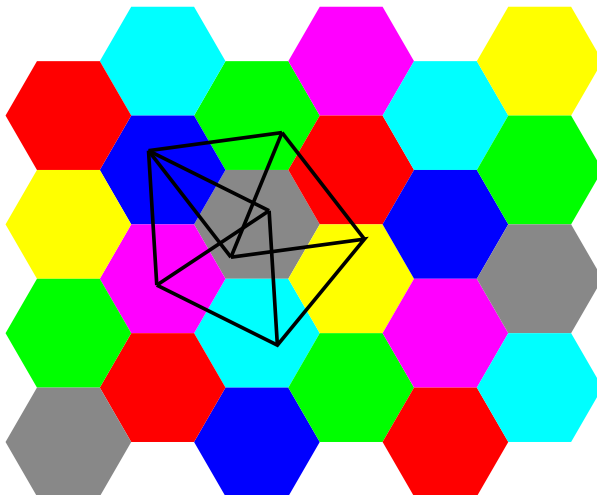


$$k_e(\text{Motýl}) = 2$$

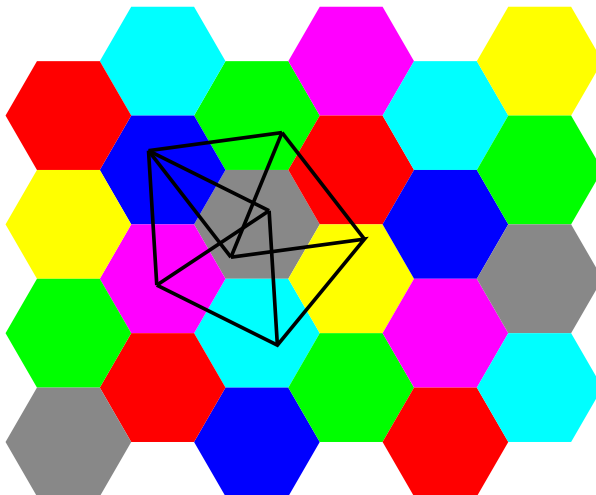
$$k_v(\text{Motýl}) = 1$$

Zdroj: <http://img.signaly.cz>





Obrázek: Obarvení roviny sedmi barvami bez dvou stejně obarvených bodů v jednotkové vzdálenosti. Neboli důkaz odhadu  $\chi(R) \leq 7$ .



Obrázek: Obarvení roviny sedmi barvami bez dvou stejně obarvených bodů v jednotkové vzdálenosti. Neboli důkaz odhadu  $\chi(R) \leq 7$ .

Děkuji za pozornost.