

Kombinatorika a grafy I

Martin Balko

5. přednáška

2. listopadu 2021



Konečné projektivní roviny

Připomenutí z minula I

Připomenutí z minula I

- Množinový systém (X, \mathcal{P}) je **konečná projektivní rovina**, pokud platí:

$$(A1) \quad \forall x, y \in X, x \neq y \exists! P \in \mathcal{P} : \{x, y\} \subseteq P,$$

$$(A2) \quad \forall P, Q \in \mathcal{P}, P \neq Q : |P \cap Q| = 1,$$

$$(A3) \quad \exists C \subseteq X, |C| = 4 \forall P \in \mathcal{P} : |C \cap P| \leq 2.$$

Prvky z X nazýváme **body** a množiny z \mathcal{P} jsou **přímky**.

Připomenutí z minula I

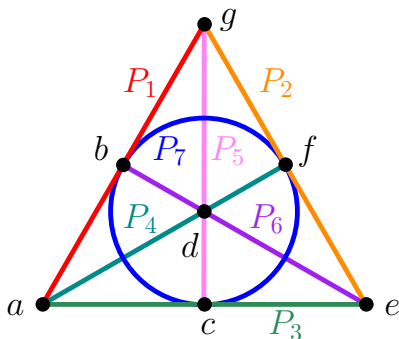
- Množinový systém (X, \mathcal{P}) je **konečná projektivní rovina**, pokud platí:

$$(A1) \quad \forall x, y \in X, x \neq y \exists! P \in \mathcal{P} : \{x, y\} \subseteq P,$$

$$(A2) \quad \forall P, Q \in \mathcal{P}, P \neq Q : |P \cap Q| = 1,$$

$$(A3) \quad \exists C \subseteq X, |C| = 4 \quad \forall P \in \mathcal{P} : |C \cap P| \leq 2.$$

Prvky z X nazýváme **body** a množiny z \mathcal{P} jsou **přímky**.



Obrázek: Fanova rovina.

Připomenutí z minula II

Připomenutí z minula II

Tvrzení 4.1

V konečné projektivní rovině mají všechny přímky stejný počet bodů.

Připomenutí z minula II

Tvrzení 4.1

V konečné projektivní rovině mají všechny přímky stejný počet bodů.

- **Řád** konečné projektivní roviny = počet bodů na přímce $- 1$.

Připomenutí z minula II

Tvrzení 4.1

V konečné projektivní rovině mají všechny přímky stejný počet bodů.

- **Řád** konečné projektivní roviny = počet bodů na přímce $- 1$.

Tvrzení 4.2

V konečné projektivní rovině řádu n platí:

- každým bodem prochází právě $n + 1$ přímkou,
- $|X| = n^2 + n + 1$,
- $|\mathcal{P}| = n^2 + n + 1$.

Připomenutí z minula II

Tvrzení 4.1

V konečné projektivní rovině mají všechny přímky stejný počet bodů.

- **Řád** konečné projektivní roviny = počet bodů na přímce $- 1$.

Tvrzení 4.2

V konečné projektivní rovině řádu n platí:

- každým bodem prochází právě $n + 1$ přímkou,
- $|X| = n^2 + n + 1$,
- $|\mathcal{P}| = n^2 + n + 1$.

- **Duál** množinového systému (X, \mathcal{P}) je $(\mathcal{P}, \{\{S \in \mathcal{P} : x \in S\} : x \in X\})$.

Připomenutí z minula II

Tvrzení 4.1

V konečné projektivní rovině mají všechny přímky stejný počet bodů.

- **Řád** konečné projektivní roviny = počet bodů na přímce $- 1$.

Tvrzení 4.2

V konečné projektivní rovině řádu n platí:

- každým bodem prochází právě $n + 1$ přímek,
- $|X| = n^2 + n + 1$,
- $|\mathcal{P}| = n^2 + n + 1$.

- **Duál** množinového systému (X, \mathcal{P}) je $(\mathcal{P}, \{\{S \in \mathcal{P} : x \in S\} : x \in X\})$.

Tvrzení 4.3

Duálem konečné projektivní roviny řádu n je konečná projektivní rovina řádu n .

Konstrukce konečných projektivních rovin z těles

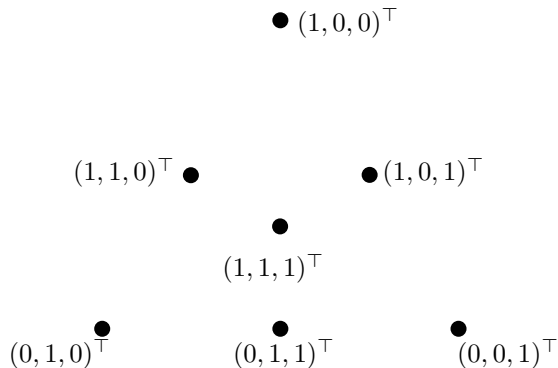
Věta 5.1

Existuje-li algebraické těleso s n prvky, pak existuje konečná projektivní rovina řádu n .

Konstrukce konečných projektivních rovin z těles

Věta 5.1

Existuje-li algebraické těleso s n prvky, pak existuje konečná projektivní rovina řádu n .

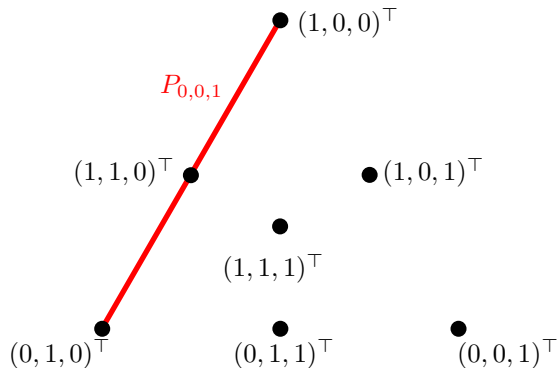


Obrázek: Příklad konstrukce: Fanova rovina.

Konstrukce konečných projektivních rovin z těles

Věta 5.1

Existuje-li algebraické těleso s n prvky, pak existuje konečná projektivní rovina řádu n .

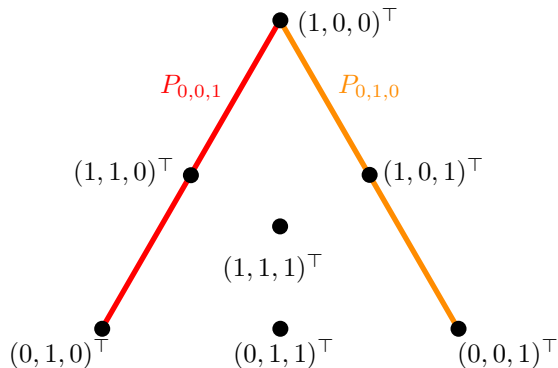


Obrázek: Příklad konstrukce: Fanova rovina.

Konstrukce konečných projektivních rovin z těles

Věta 5.1

Existuje-li algebraické těleso s n prvky, pak existuje konečná projektivní rovina řádu n .

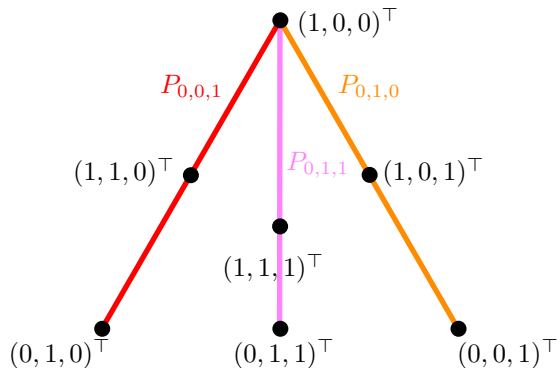


Obrázek: Příklad konstrukce: Fanova rovina.

Konstrukce konečných projektivních rovin z těles

Věta 5.1

Existuje-li algebraické těleso s n prvky, pak existuje konečná projektivní rovina řádu n .

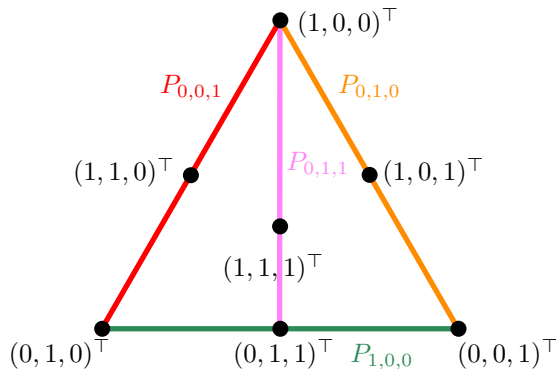


Obrázek: Příklad konstrukce: Fanova rovina.

Konstrukce konečných projektivních rovin z těles

Věta 5.1

Existuje-li algebraické těleso s n prvky, pak existuje konečná projektivní rovina řádu n .

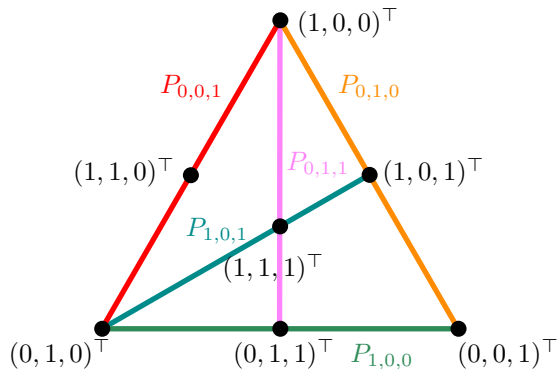


Obrázek: Příklad konstrukce: Fanova rovina.

Konstrukce konečných projektivních rovin z těles

Věta 5.1

Existuje-li algebraické těleso s n prvky, pak existuje konečná projektivní rovina řádu n .

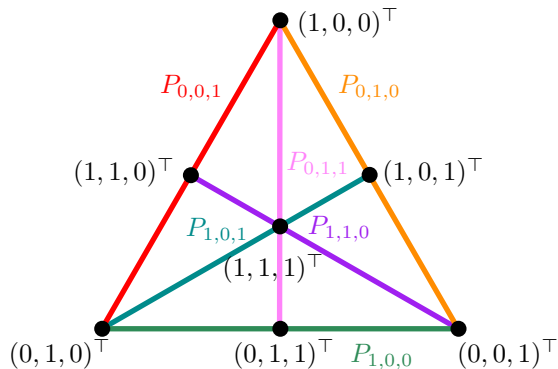


Obrázek: Příklad konstrukce: Fanova rovina.

Konstrukce konečných projektivních rovin z těles

Věta 5.1

Existuje-li algebraické těleso s n prvky, pak existuje konečná projektivní rovina řádu n .

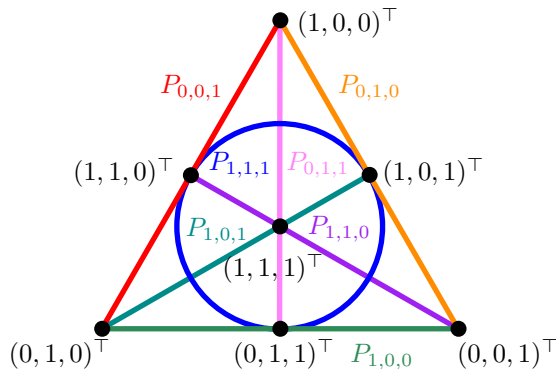


Obrázek: Příklad konstrukce: Fanova rovina.

Konstrukce konečných projektivních rovin z těles

Věta 5.1

Existuje-li algebraické těleso s n prvky, pak existuje konečná projektivní rovina řádu n .



Obrázek: Příklad konstrukce: Fanova rovina.

Latinské čtverce

Navzájem ortogonální latinské čtverce

Navzájem ortogonální latinské čtverce

- Tři navzájem ortogonální latinské čtverce řádu 4:

1	2	3	4
2	1	4	3
3	4	1	2
4	3	2	1

1	2	3	4
3	4	1	2
4	3	2	1
2	1	4	3

1	2	3	4
4	3	2	1
2	1	4	3
3	4	1	2

Navzájem ortogonální latinské čtverce

- Tři navzájem ortogonální latinské čtverce řádu 4:

1	2	3	4
2	1	4	3
3	4	1	2
4	3	2	1

1	2	3	4
3	4	1	2
4	3	2	1
2	1	4	3

1	2	3	4
4	3	2	1
2	1	4	3
3	4	1	2



Navzájem ortogonální latinské čtverce

- Tři navzájem ortogonální latinské čtverce řádu 4:

1	2	3	4
2	1	4	3
3	4	1	2
4	3	2	1

1	2	3	4
3	4	1	2
4	3	2	1
2	1	4	3

1	2	3	4
4	3	2	1
2	1	4	3
3	4	1	2



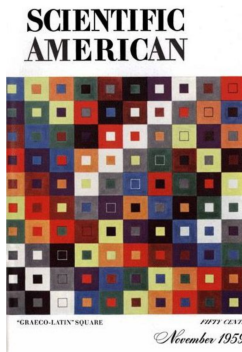
Navzájem ortogonální latinské čtverce

- Tři navzájem ortogonální latinské čtverce řádu 4:

1	2	3	4
2	1	4	3
3	4	1	2
4	3	2	1

1	2	3	4
3	4	1	2
4	3	2	1
2	1	4	3

1	2	3	4
4	3	2	1
2	1	4	3
3	4	1	2



Navzájem ortogonální latinské čtverce

- Tři navzájem ortogonální latinské čtverce řádu 4:

1	2	3	4
2	1	4	3
3	4	1	2
4	3	2	1

1	2	3	4
3	4	1	2
4	3	2	1
2	1	4	3

1	2	3	4
4	3	2	1
2	1	4	3
3	4	1	2



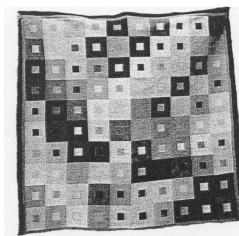
**SCIENTIFIC
AMERICAN**



"GRABCO-LATIN" SQUARE

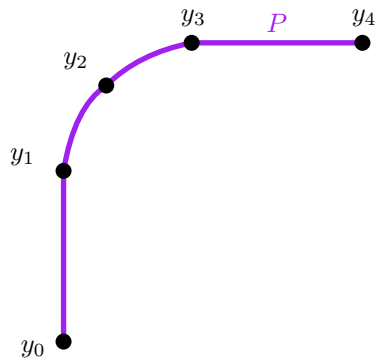
FIFTY CENTS

November 1959

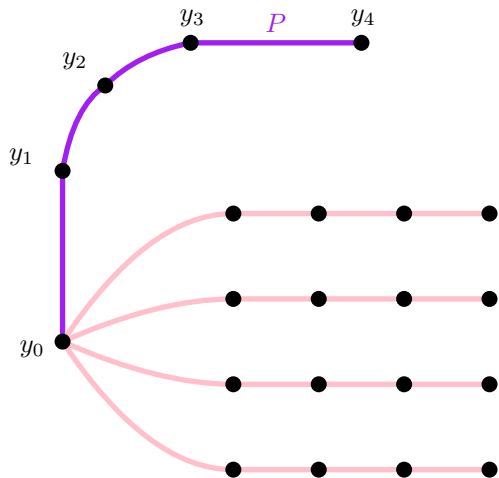


Příklad konstrukce NOLČ z KPR

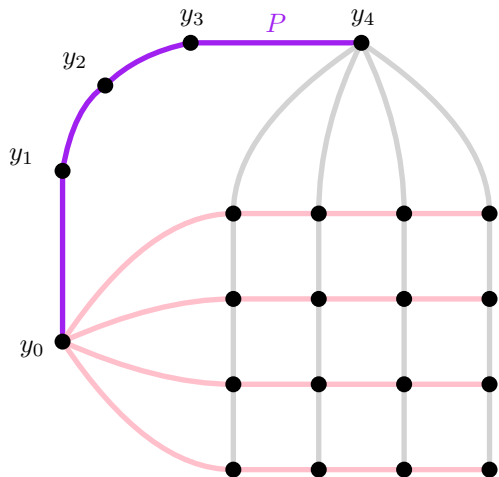
Příklad konstrukce NOLČ z KPR



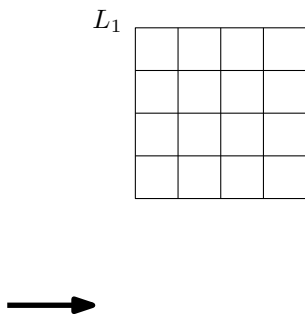
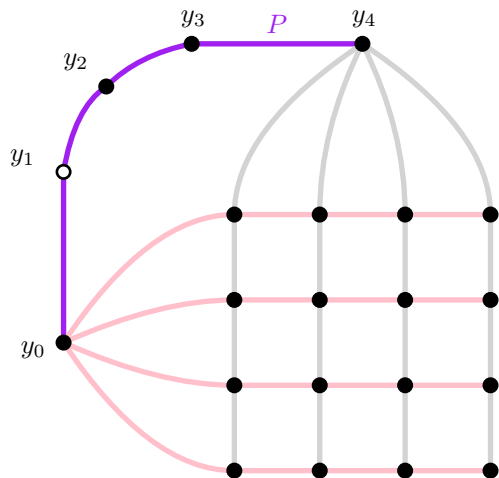
Příklad konstrukce NOLČ z KPR



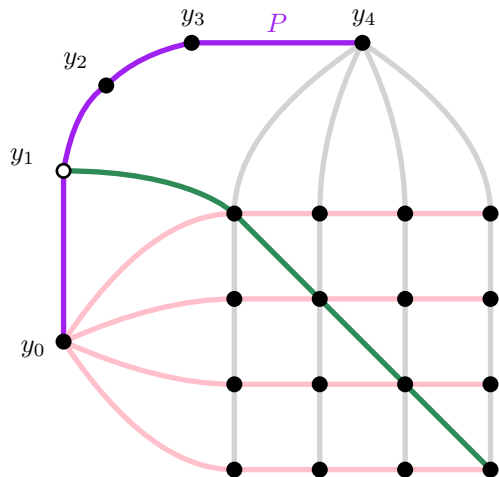
Příklad konstrukce NOLČ z KPR



Příklad konstrukce NOLČ z KPR



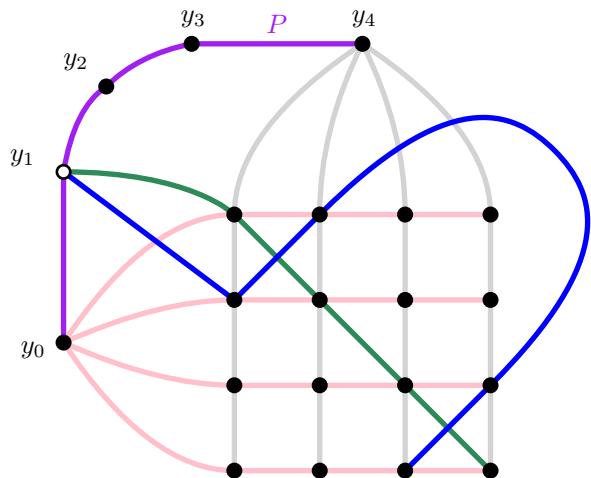
Příklad konstrukce NOLČ z KPR



L_1

1			
	1		
		1	
			1

Příklad konstrukce NOLČ z KPR

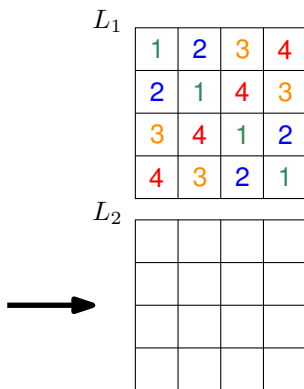
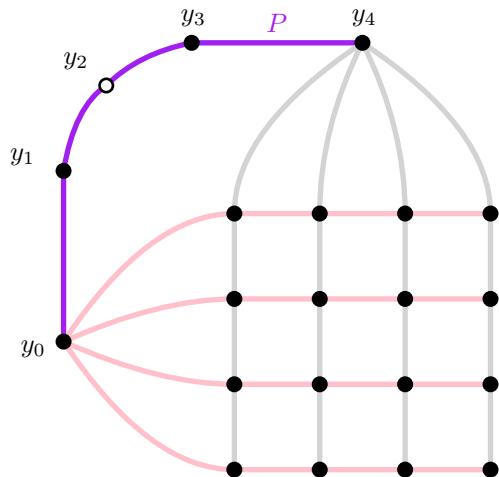


L_1

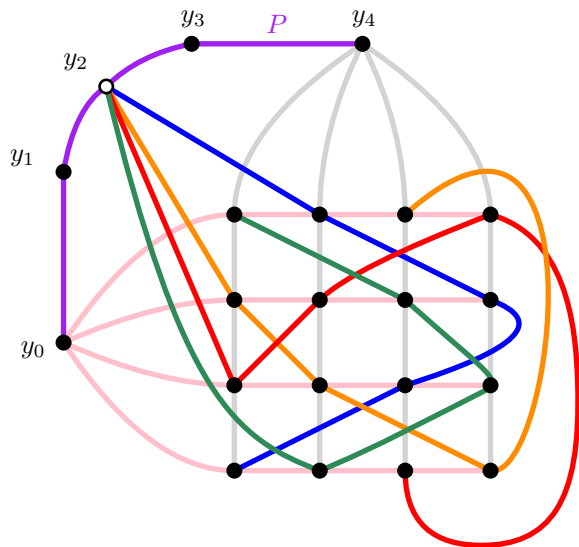
1	2		
2	1		
		1	2
		2	1



Příklad konstrukce NOLČ z KPR



Příklad konstrukce NOLČ z KPR



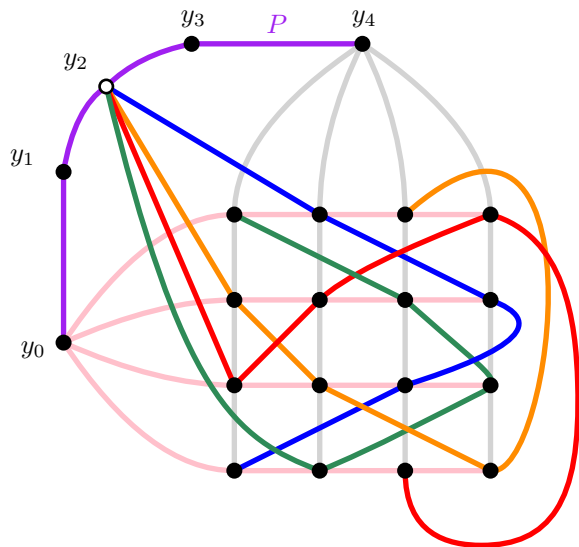
L_1

1	2	3	4
2	1	4	3
3	4	1	2
4	3	2	1

L_2



Příklad konstrukce NOLČ z KPR



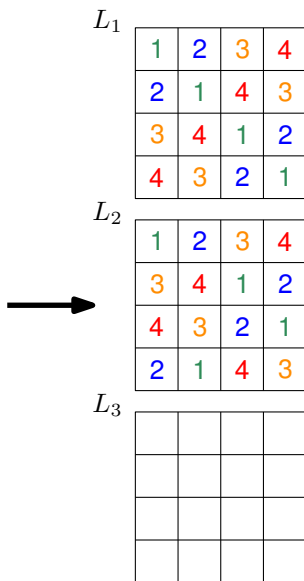
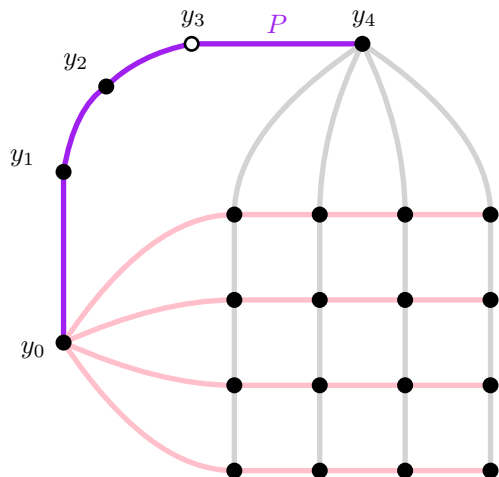
L_1

1	2	3	4
2	1	4	3
3	4	1	2
4	3	2	1

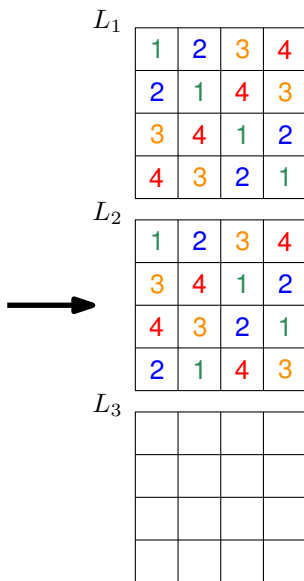
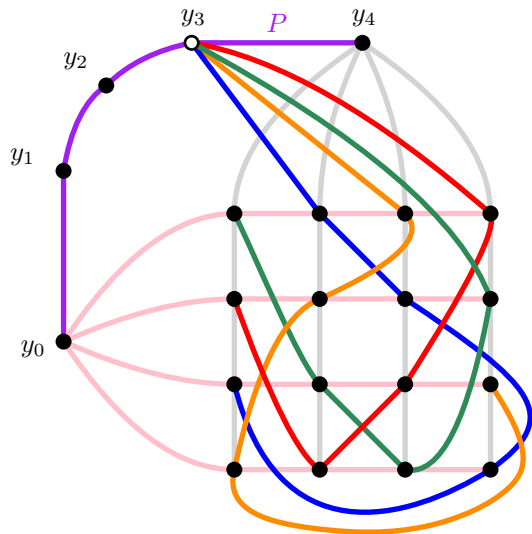
L_2

1	2	3	4
3	4	1	2
4	3	2	1
2	1	4	3

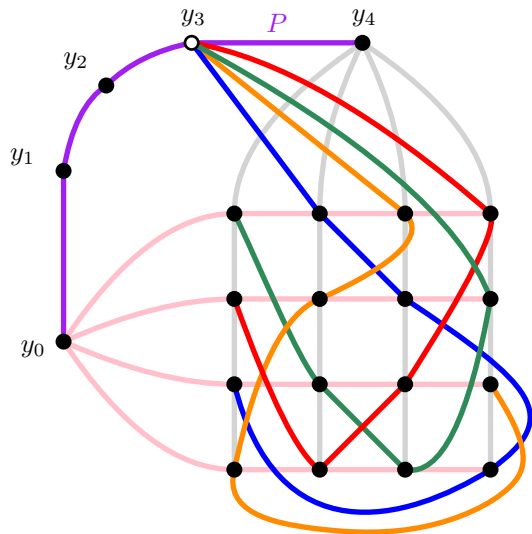
Příklad konstrukce NOLČ z KPR



Příklad konstrukce NOLČ z KPR



Příklad konstrukce NOLČ z KPR



L_1

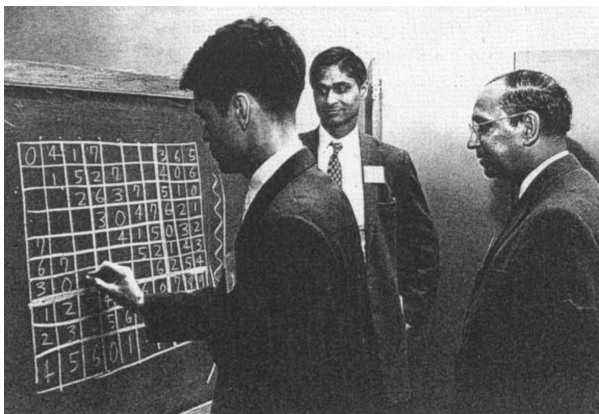
1	2	3	4
2	1	4	3
3	4	1	2
4	3	2	1

L_2

1	2	3	4
3	4	1	2
4	3	2	1
2	1	4	3

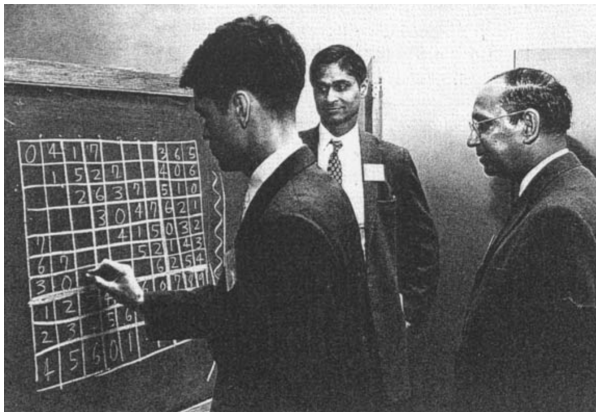
L_3

1	2	3	4
4	3	2	1
2	1	4	3
3	4	1	2



Zdroj: „Chapter on The history of latin squares“, Andersen, Lars Døvling

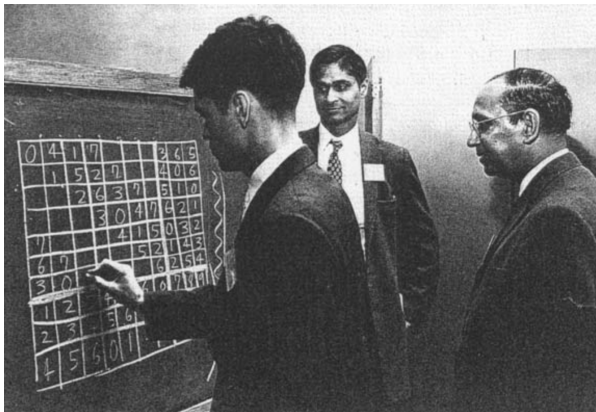
Obrázek: Foto z článku „**Major Mathematical Conjecture Propounded 177 Years Ago Is Disproved**“ z *New York Times* (1959) o vyvrácení Eulerovy domněnky o latinských čtvercích („Pro žádné $n \equiv 2 \pmod{4}$ neexistují dva NOLČ řádu n .“).



Zdroj: „Chapter on The history of latin squares“, Andersen, Lars Døvling

Obrázek: Foto z článku „**Major Mathematical Conjecture Propounded 177 Years Ago Is Disproved**“ z *New York Times* (1959) o vyvrácení Eulerovy domněnky o latinských čtvercích („Pro žádné $n \equiv 2 \pmod{4}$ neexistují dva NOLČ řádu n .“).

- Pokročilejší témata na přednášce **Kombinatorické struktury**.



Zdroj: „Chapter on The history of latin squares“, Andersen, Lars Døvling

Obrázek: Foto z článku „**Major Mathematical Conjecture Propounded 177 Years Ago Is Disproved**“ z *New York Times* (1959) o vyvrácení Eulerovy domněnky o latinských čtvercích („Pro žádné $n \equiv 2 \pmod{4}$ neexistují dva NOLČ řádu n .“).

- Pokročilejší témata na přednášce **Kombinatorické struktury**.

Děkuji za pozornost.