

Kombinatorika a grafy I

Martin Balko

4. přednáška

26. října 2021



Konečné projektivní roviny

Konečné projektivní roviny: motivace

Konečné projektivní roviny: motivace

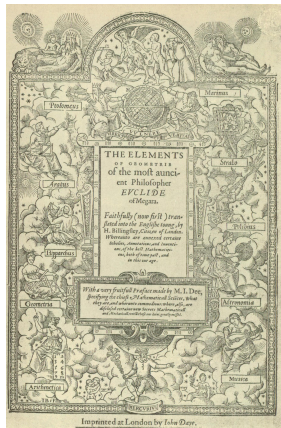
- Velmi symetrické a vzácné struktury.

Konečné projektivní roviny: motivace

- Velmi symetrické a vzácné struktury.
- Motivace přichází z geometrie, konkrétně z Eukleidových Základů.

Konečné projektivní roviny: motivace

- Velmi symetrické a vzácné struktury.
- Motivace přichází z geometrie, konkrétně z **Eukleidových Základů**.



Obrázek: **Eukleidés** (asi 325 př. n. l. – asi 260 př. n. l.) a **Eukleidovy Základy**.

Eukleidovy Základy

Eukleidovy Základy

- Jedna z **nejvýznamnějších knih**, po bibli byla nejrozšířenějším dílem.

Eukleidovy Základy

- Jedna z **nejvýznamnějších knih**, po bibli byla nejrozšířenějším dílem.
 - „*No one has ever given so easy and natural a chain of geometrical consequences.*“ Augustus De Morgan
 - „*Euclid's Elements is certainly one of the greatest books ever written.*“ Bertrand Russel
 - „*...this marvelous accomplishment of reason gave to the human spirit the confidence it needed for its future achievements...*“ Albert Einstein

Eukleidovy Základy

- Jedna z **nejvýznamnějších knih**, po bibli byla nejrozšířenějším dílem.
 - „*No one has ever given so easy and natural a chain of geometrical consequences.*“ Augustus De Morgan
 - „*Euclid's Elements is certainly one of the greatest books ever written.*“ Bertrand Russel
 - „*...this marvelous accomplishment of reason gave to the human spirit the confidence it needed for its future achievements...*“ Albert Einstein
- **Nové pojetí matematiky**, dodnes přijímané. Vzniklo jen jednou v historii.

Eukleidovy Základy

- Jedna z **nejvýznamnějších knih**, po bibli byla nejrozšířenějším dílem.
 - „*No one has ever given so easy and natural a chain of geometrical consequences.*“ Augustus De Morgan
 - „*Euclid's Elements is certainly one of the greatest books ever written.*“ Bertrand Russel
 - „*...this marvelous accomplishment of reason gave to the human spirit the confidence it needed for its future achievements...*“ Albert Einstein
- **Nové pojetí matematiky**, dodnes přijímané. Vzniklo jen jednou v historii.
- Na základě **5 postulátů** Eukleidés vybudoval Eukleidovskou geometrii.

Eukleidovy Základy

- Jedna z **nejvýznamnějších knih**, po bibli byla nejrozšířenějším dílem.
 - „*No one has ever given so easy and natural a chain of geometrical consequences.*“ Augustus De Morgan
 - „*Euclid's Elements is certainly one of the greatest books ever written.*“ Bertrand Russel
 - „*...this marvelous accomplishment of reason gave to the human spirit the confidence it needed for its future achievements...*“ Albert Einstein
- **Nové pojetí matematiky**, dodnes přijímané. Vzniklo jen jednou v historii.
- Na základě **5 postulátů** Eukleidés vybudoval Eukleidovskou geometrii.
 - Každé dva body určují úsečku.
 - Každou úsečku jde prodloužit na přímku.
 - Lze vytvořit kruh o daném středu, na jehož obvodě leží daný bod.
 - Všechny pravé úhly jsou si rovny.
 - K dané přímce a bodu p , který na ní neleží, lze sestrojít právě jednu rovnoběžku, která prochází bodem p .

Od Základů ke konečným projektivním rovinám

Od Základů ke konečným projektivním rovinám

- Jsou-li přímky množiny bodů roviny, pak Eukleidovy postuláty implikují:
 - Každými dvěma body prochází právě jedna přímka.
 - Každé dvě přímky se protínají v nanejvýš jednom bodě.

Od Základů ke konečným projektivním rovinám

- Jsou-li přímky množiny bodů roviny, pak Eukleidovy postuláty implikují:
 - Každými dvěma body prochází právě jedna přímka.
 - Každé dvě přímky se protínají v nanejvýš jednom bodě.
- Gino Fano ukázal, že existují **konečné** množinové systémy splňující ještě silnější podmínky.



Obrázek: Gino Fano (1871–1952).

Konečné projektivní roviny

Aplikace: hra Dobble

Aplikace: hra Dobble

- Na KPR je založena karetní hra **Dobble** (známa také jako **Spot it!**).



Zdroj: <http://deskovehry.com>

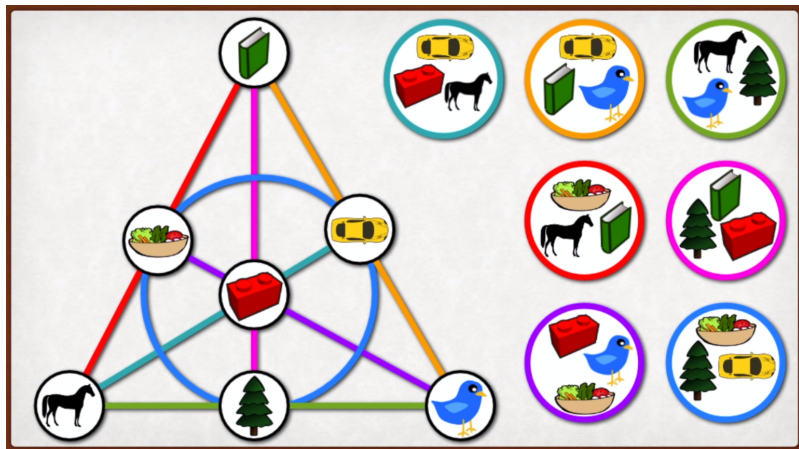
- Celkem **55** karet a **57** obrázků.
- Na každé kartě je **8** obrázků a každé dvě karty **sdílí právě jeden**.

Dobble a Fanova rovina

- **Ano**, hru vytvořit lze jen se **7** obrázky, stačí použít Fanovu rovinu.

Dobble a Fanova rovina

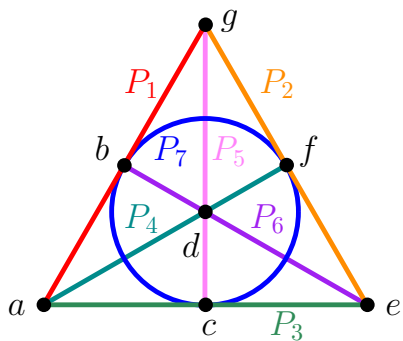
- **Ano**, hru vytvořit lze jen se **7** obrázky, stačí použít Fanovu rovinu.



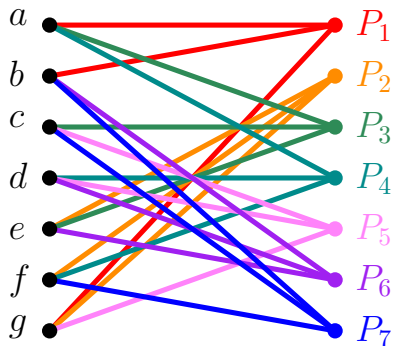
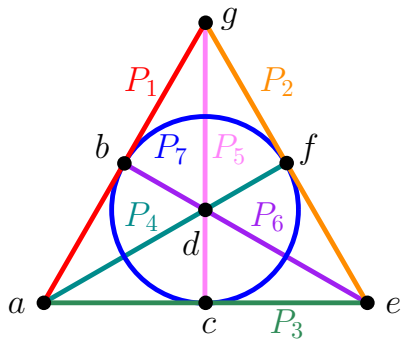
Zdroj: <http://youtube.com> ("The math behind Spot it!")

Fanova rovina a její incidenční graf

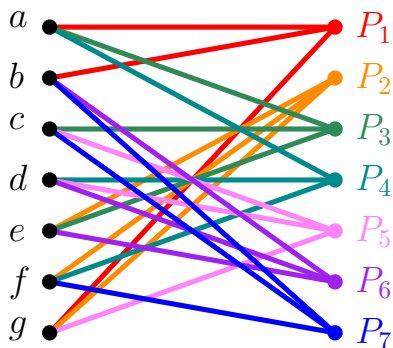
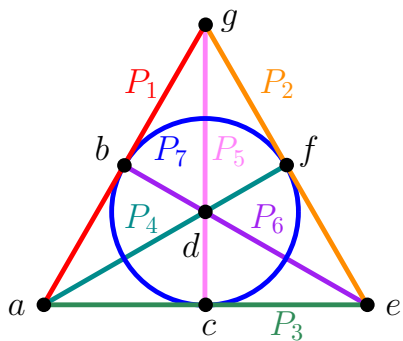
Fanova rovina a její incidenční graf



Fanova rovina a její incidenční graf

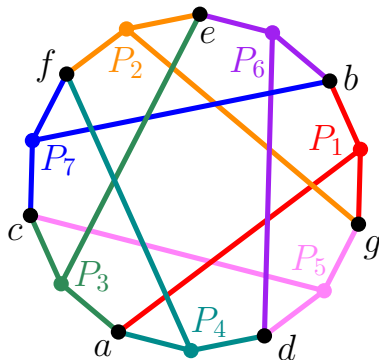
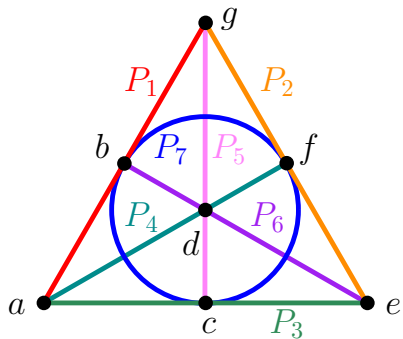


Fanova rovina a její incidenční graf



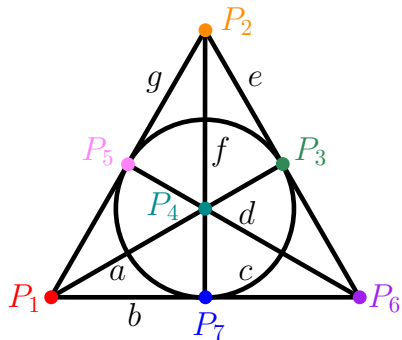
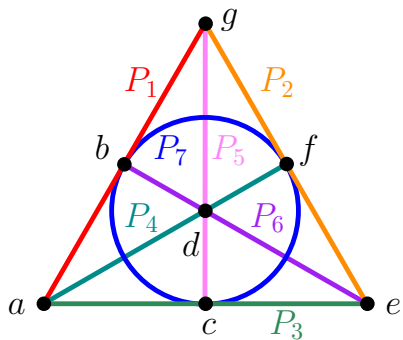
- Incidenčním grafem Fanovy roviny je takzvaný **Heawoodův graf**.

Fanova rovina a její incidenční graf



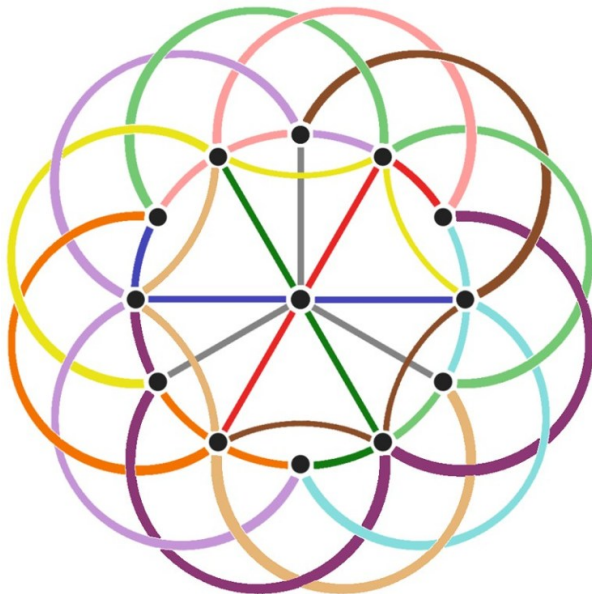
- Incidenčním grafem Fanovy roviny je takzvaný **Heawoodův graf**.

Fanova rovina a její duál

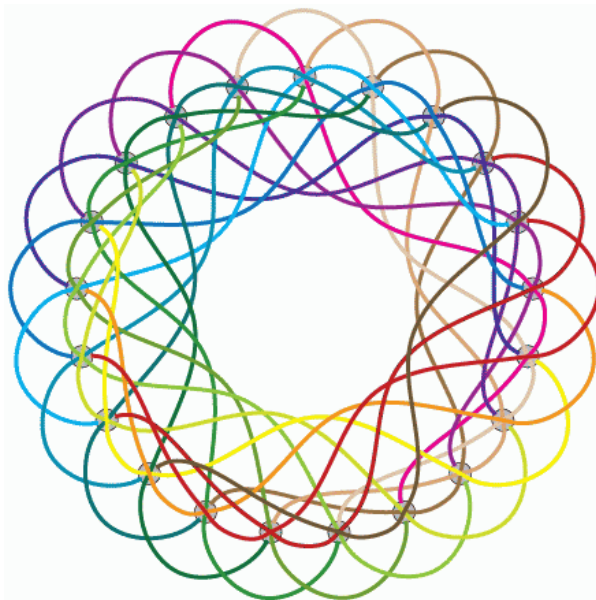


- Duálem Fanovy roviny je opět Fanova rovina.

Konečná projektivní rovina řádu 3

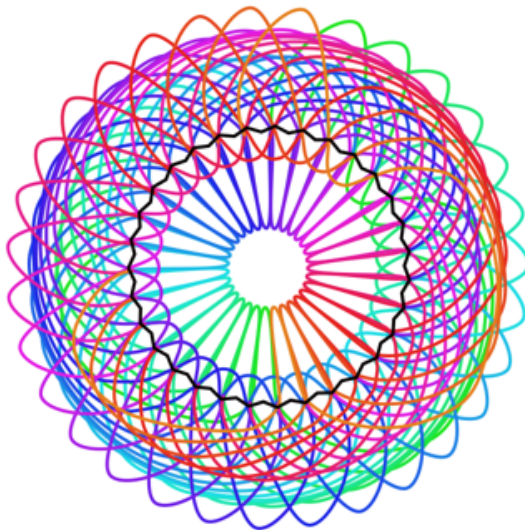


Konečná projektivní rovina řádu 4

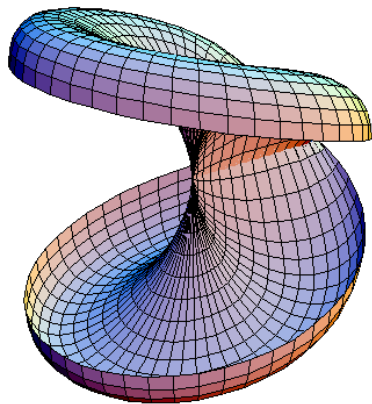
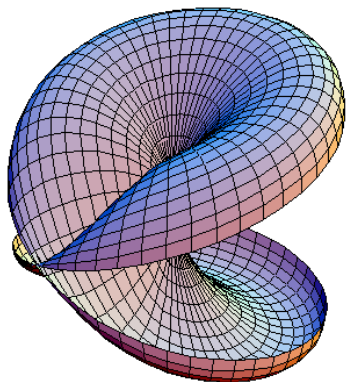


Zdroj: <http://mathpuzzle.com>

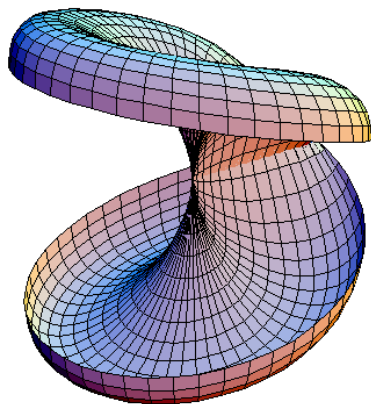
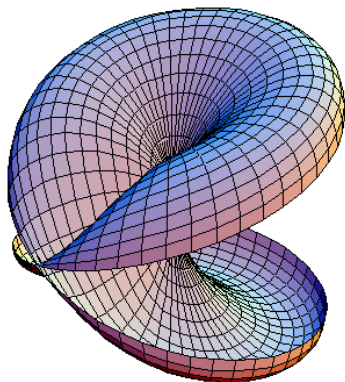
Konečná projektivní rovina řádu 5



Zdroj: <http://synthesist.net>



Zdroj: <http://en.wikipedia.org>



Zdroj: <http://en.wikipedia.org>

Děkuji za pozornost.