

# Kombinatorika a grafy I

Martin Balko

## 10. přednáška

7. prosince 2021



# Počítání dvěma způsoby

# Spernerova věta

# Spernerova věta

- Každý nezávislý systém v  $2^{\{1, \dots, n\}}$  obsahuje nanejvýš  $\binom{n}{\lceil n/2 \rceil}$  prvků. Tento odhad je těsný.

# Spernerova věta

- Každý nezávislý systém v  $2^{\{1, \dots, n\}}$  obsahuje nanejvýš  $\binom{n}{\lceil n/2 \rceil}$  prvků.  
Tento odhad je těsný.
- Dokázal ji **Emanuel Sperner** v roce 1928.

# Spernerova věta

- Každý nezávislý systém v  $2^{\{1, \dots, n\}}$  obsahuje nanejvýš  $\binom{n}{\lceil n/2 \rceil}$  prvků. Tento odhad je těsný.
- Dokázal ji **Emanuel Sperner** v roce 1928.

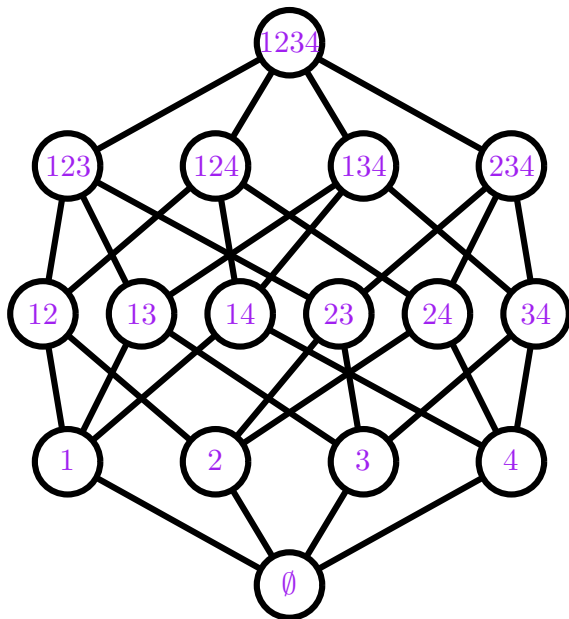


Obrázek: **Emanuel Sperner** (1905–1980).

Zdroj: <http://en.wikipedia.org>

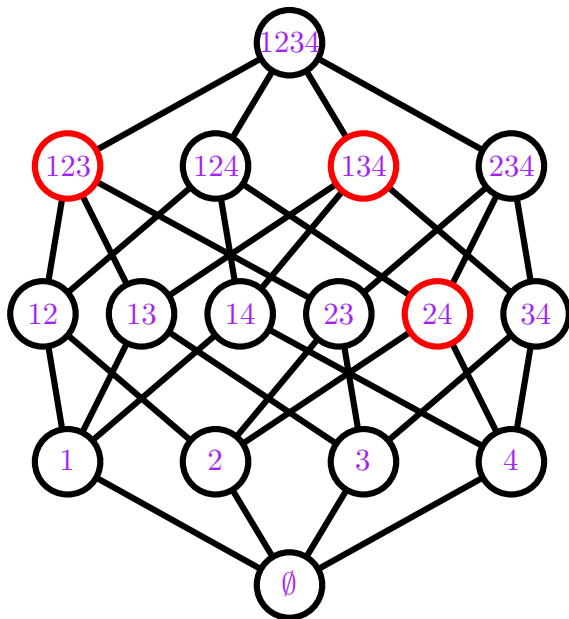
## Spernerova věta: příklad pro $n = 4$

# Spernerova věta: příklad pro $n = 4$

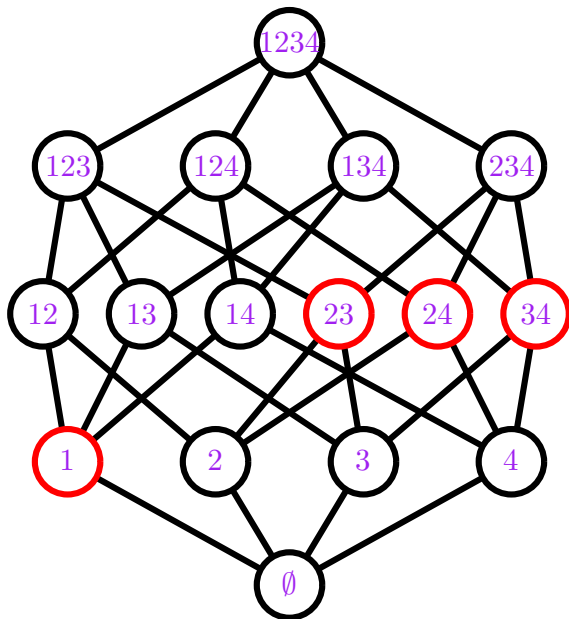




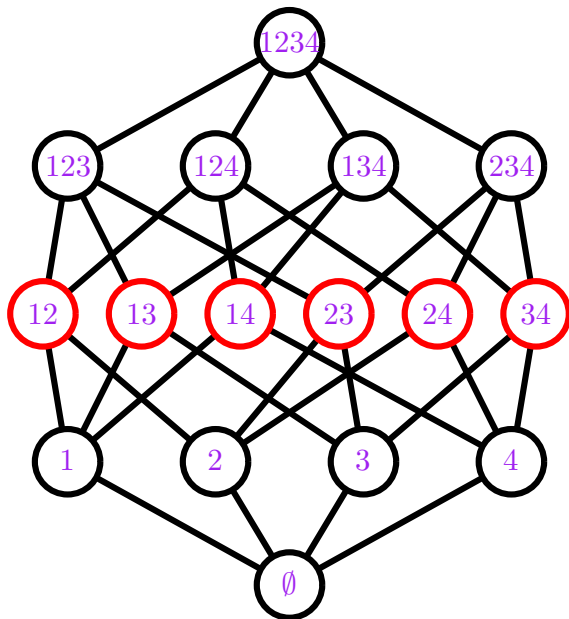
# Spernerova věta: příklad pro $n = 4$



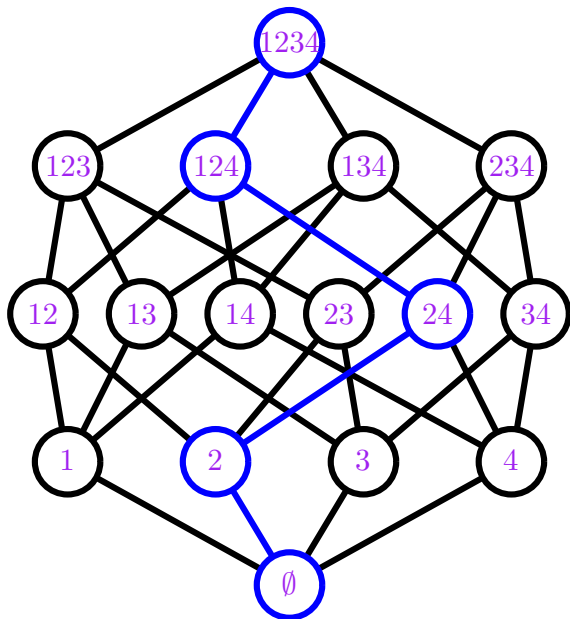
# Spernerova věta: příklad pro $n = 4$



# Spernerova věta: příklad pro $n = 4$



## Spernerova věta: příklad pro $n = 4$



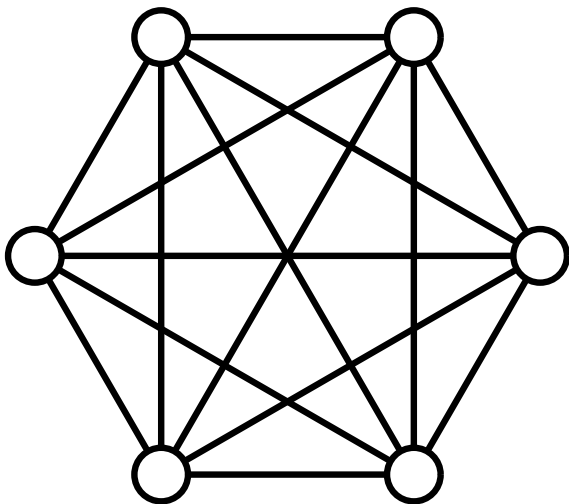
# Úvod do Ramseyovy teorie

# Úvod do Ramseyovy teorie

*„Každý dost velký systém obsahuje homogenní podsystém dané velikosti.“*

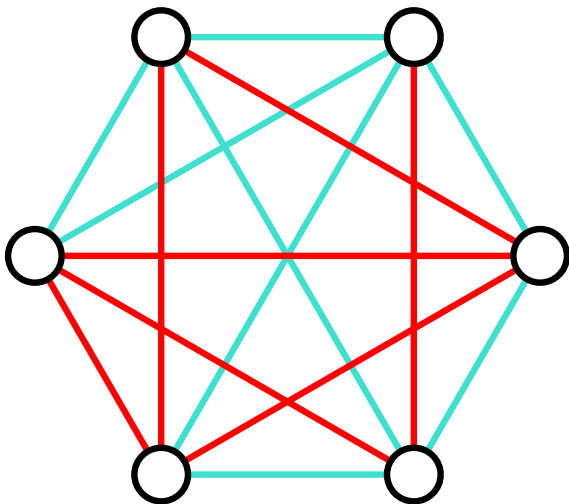
Ramseyova věta: příklad pro  $K_3$  a dvě barvy

Ramseyova věta: příklad pro  $K_3$  a dvě barvy

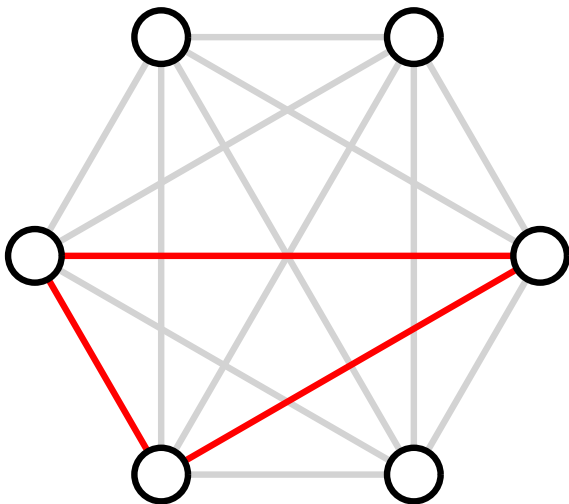




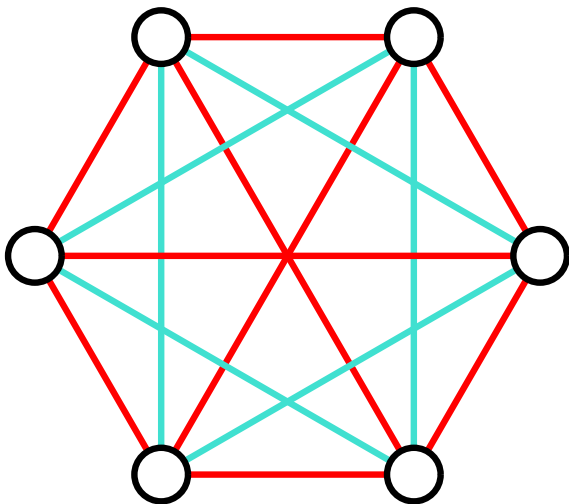
# Ramseyova věta: příklad pro $K_3$ a dvě barvy



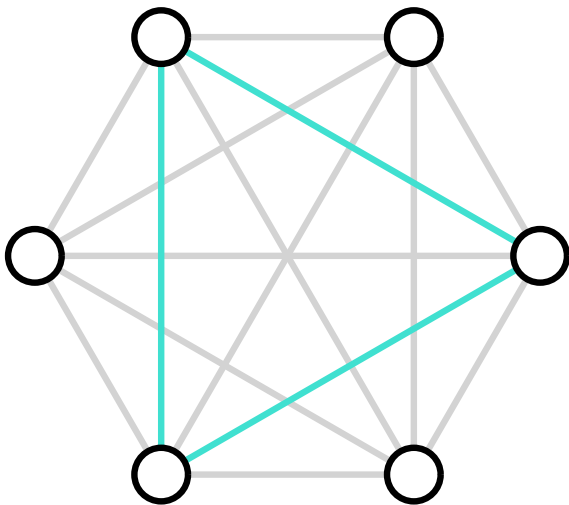
# Ramseyova věta: příklad pro $K_3$ a dvě barvy



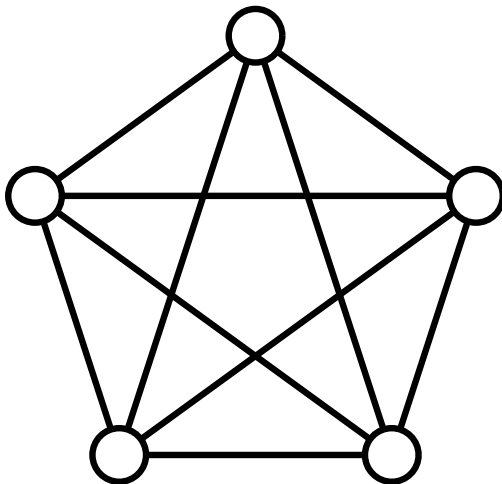
# Ramseyova věta: příklad pro $K_3$ a dvě barvy



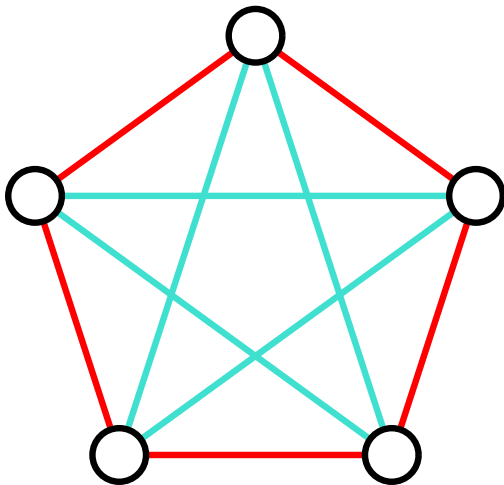
## Ramseyova věta: příklad pro $K_3$ a dvě barvy



Ramseyova věta: příklad pro  $K_3$  a dvě barvy



# Ramseyova věta: příklad pro $K_3$ a dvě barvy



# Ramseyova čísla grafů

# Ramseyova čísla grafů

- Pro každá přirozená čísla  $k$  a  $\ell$  platí  $R(k, \ell) \leq \binom{k+\ell-2}{k-1}$ .



# Ramseyova čísla grafů

- Pro každá přirozená čísla  $k$  a  $\ell$  platí  $R(k, \ell) \leq \binom{k+\ell-2}{k-1}$ .
- Odhad dokázali Paul Erdős a George Szekeres v článku z roku 1935, ve kterém nezávisle objevili Ramseyovu větu.

# Ramseyova čísla grafů

- Pro každá přirozená čísla  $k$  a  $\ell$  platí  $R(k, \ell) \leq \binom{k+\ell-2}{k-1}$ .
- Odhad dokázali Paul Erdős a George Szekeres v článku z roku 1935, ve kterém nezávisle objevili Ramseyovu větu.



Obrázek: Paul Erdős (1913–1996) a George Szekeres (1911–2005).

Známá Ramseyova čísla  $R(k, \ell)$

## Známa Ramseyova čísla $R(k, \ell)$

$k/\ell$	3	4	5	6	7	8	9
3	6	9	14	18	23	28	36
4		18	25	35–41	49–61	56–84	73–115
5			43–48	58–87	80–143	101–216	125–316
6				102–165	113–298	130–495	169–780
7					205–540	216–1031	237–1713
8						282–1870	317–3583
9							565–6588



Zdroj: „Proofs from the Book“ (Aigner, Ziegler)

Děkuji za pozornost.