

Diskrétní matematika

Zadání domácích úkolů

8. listopadu 2023

1 Zadáno 26. 10. 2023 (Termín odevzdání 16. 11. 2023)

Příklad 1. Najděte příklad dvojice relací (R, S) na X takové, že R i S jsou tranzitivní, ale $R \cup S$, $R \setminus S$ ani $R \Delta S$ tranzitivní nejsou. Operace symetrický rozdíl $R \Delta S$ vybere prvky, které se vyskytují v právě jedné z množin R a S , formálně $R \Delta S = (R \setminus S) \cup (S \setminus R)$. [4]

Příklad 2. Dokažte, že platí $R \circ R^{-1} = \Delta_X$, je-li relace $R \circ R^{-1}$ reflexivní a slabě antisymetrická. Symbolem Δ_X značíme nejmenší reflexivní relaci na množině X : [4]

$$\Delta_X = \{(x, x) \mid x \in X\}.$$

Příklad 3. Dokažte, že uspořádaná množina $(\mathbb{N} \setminus \{1\}, |)$ má nekonečně mnoho minimálních prvků. O která čísla se jedná? Nakreslete příslušný Hasseův diagram na prvcích $2, 3, \dots, 15$. [3]

Příklad 4. Nakreslete Hasseův diagram částečně uspořádané množiny $(\{2^k 3^l : k, l \in \mathbb{N}\}, |)$ (množina čísel dělitelných pouze 2 a 3 uspořádaná relací dělitelnosti). [3]