

Diskrétní matematika — 3. cvičení*

19. října 2020

1 Funkce

Zobrazení (respektive funkce) $f: X \rightarrow Y$ je relace $f \subseteq X \times Y$ taková, že pro každé $x \in X$ existuje právě jedno $y \in Y$, které je v relaci f s x . Funkce $f: X \rightarrow Y$ je

- (a) *prostá* (neboli *injektivní*), pokud $f(x) \neq f(x')$ pro každé $x \neq x'$, $x, x' \in X$;
- (b) *na* (neboli *surjektivní*), pokud pro každé $y \in Y$ existuje $x \in X$ takové, že $f(x) = y$;
- (c) *vzájemně jednoznačná* (neboli *bijektivní*), pokud je prostá a na.

Jsou-li $f: X \rightarrow Y$ a $g: Y \rightarrow Z$ funkce, pak jejich *složení* označujeme jako $g \circ f$ a jedná se o funkci $h: X \rightarrow Z$ danou předpisem $x \mapsto g(f(x))$. Všimněte si, že skládání je značené jinak než u relací!

Příklad 1. *Nechť $f: X \rightarrow Y$ a $g: Y \rightarrow Z$ jsou zobrazení. Nechť $g \circ f$ je prosté.*

- (a) *Rozhodněte, zda f musí být prosté.*
- (b) *Rozhodněte, zda g musí být prosté.*

Příklad 2. *Najděte příklad*

- (a) *prosté funkce $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, která není na,*
- (b) *funkce $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, která je na, ale není prostá.*

Příklad 3. *Jaký je počet všech zobrazení $f: \{1, 2, \dots, m\} \rightarrow \{1, 2, \dots, n\}$? Co počet bijektivních zobrazení $f: \{1, 2, \dots, n\} \rightarrow \{1, 2, \dots, n\}$ a prostých zobrazení $f: \{1, 2, \dots, m\} \rightarrow \{1, 2, \dots, n\}$?*

*Informace o cvičení naleznete na <http://kam.mff.cuni.cz/~balko/>