

# Diskrétní matematika

Martin Balko

## 11. přednáška

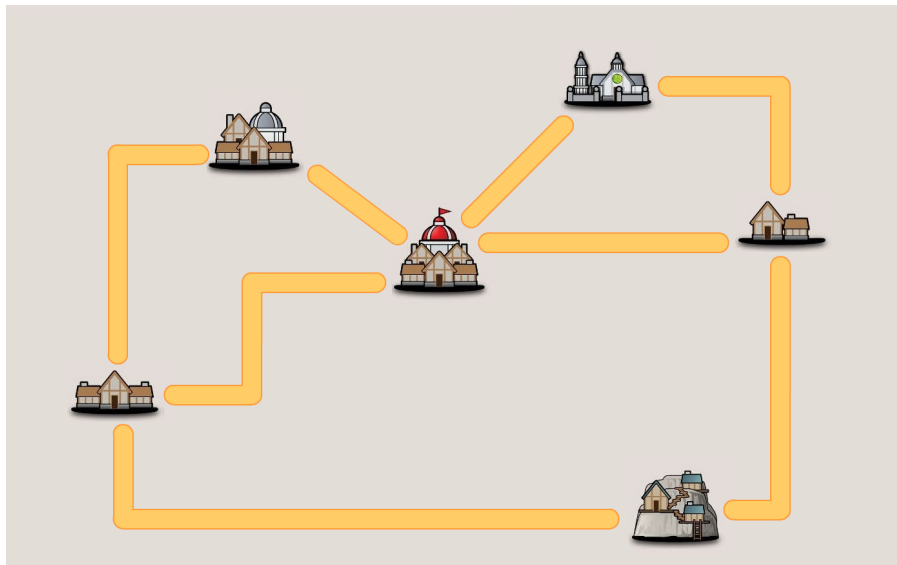
10. prosince 2019



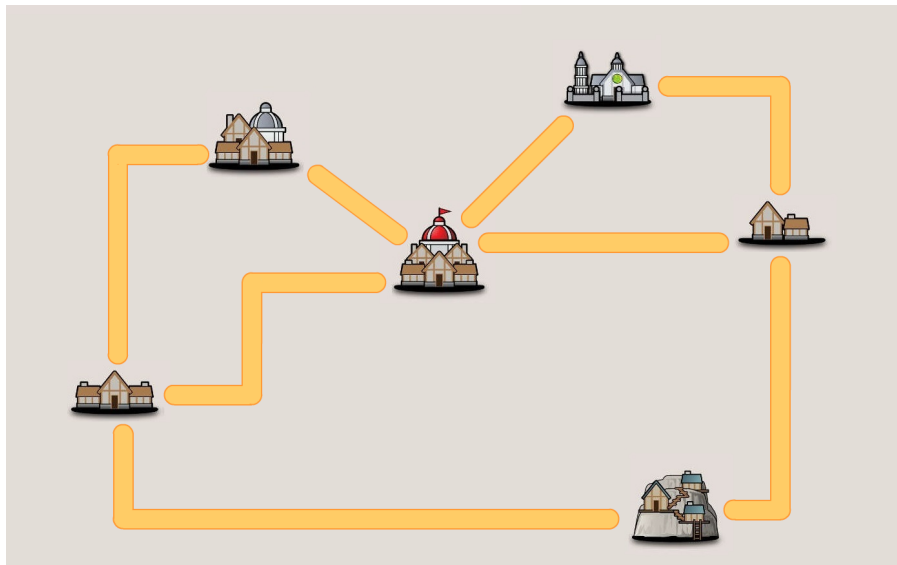
# Problém minimální kostry

# Pokládání silnic mezi městy

# Pokládání silnic mezi městy

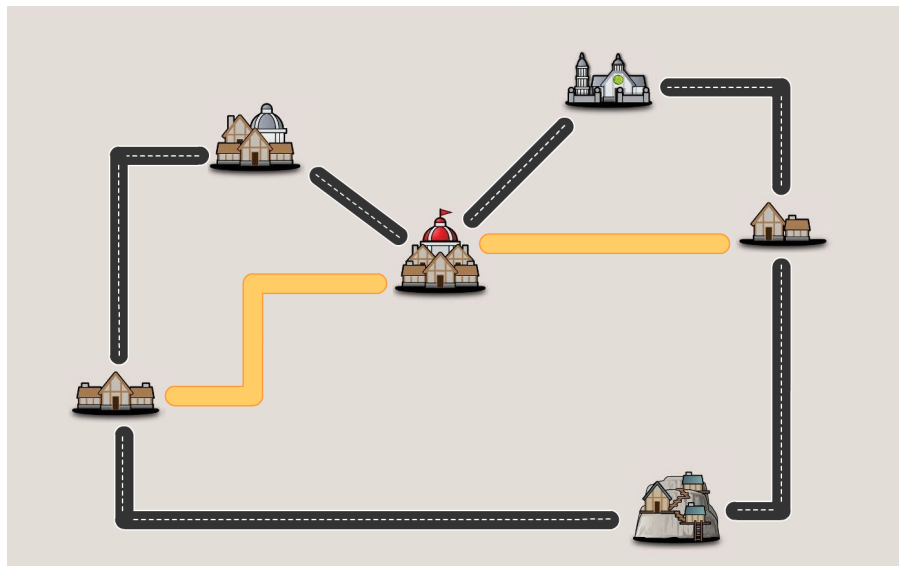


# Pokládání silnic mezi městy



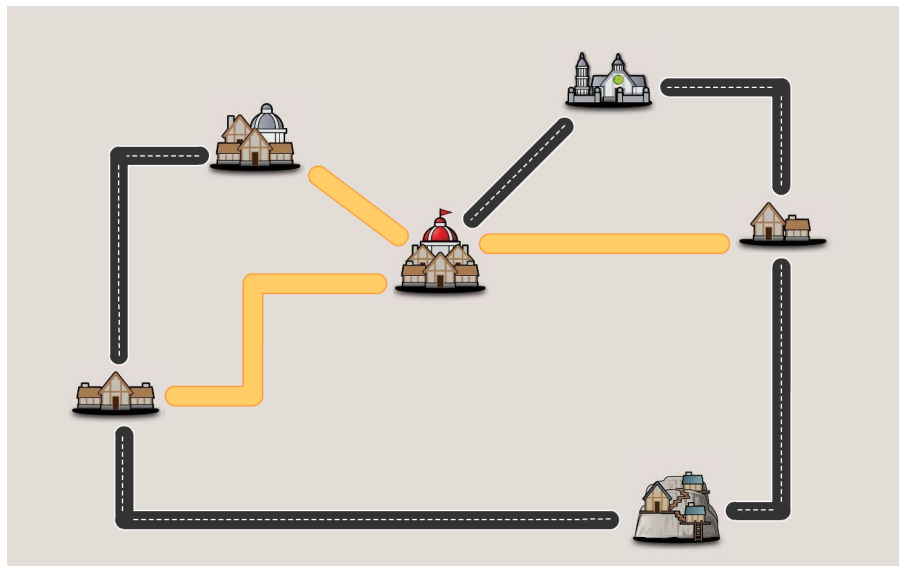
- Chceme **co nejlevněji** nahradit některé cesty silnicemi, aby se z každého města do každého dalo dostat po silnici.

## Pokládání silnic mezi městy



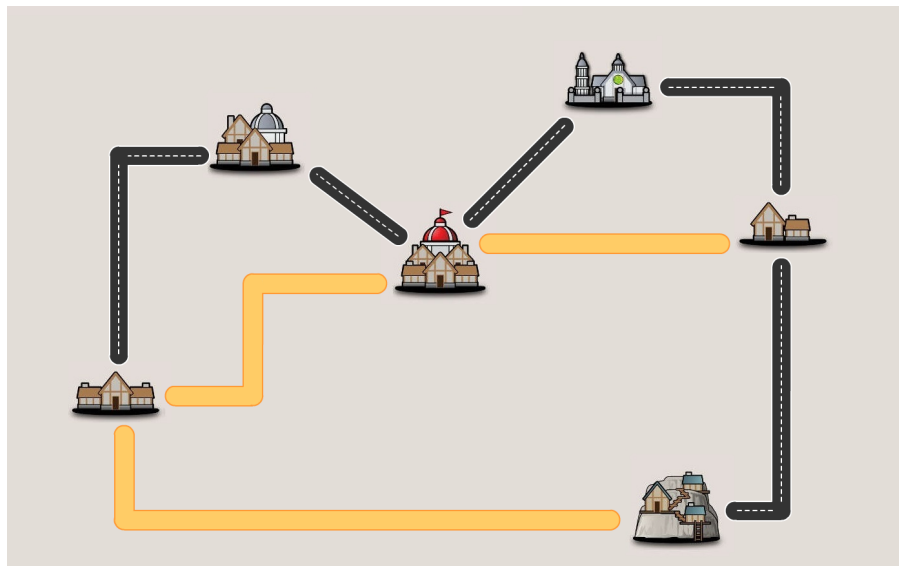
- Chceme **co nejlevněji** nahradit některé cesty silnicemi, aby se z každého města do každého dalo dostat po silnici.

# Pokládání silnic mezi městy



- Chceme **co nejlevněji** nahradit některé cesty silnicemi, aby se z každého města do každého dalo dostat po silnici.

# Pokládání silnic mezi městy



- Chceme **co nejlevněji** nahradit některé cesty silnicemi, aby se z každého města do každého dalo dostat po silnici.



# Algoritmy na hledání minimální kostry

# Algoritmy na hledání minimální kostry

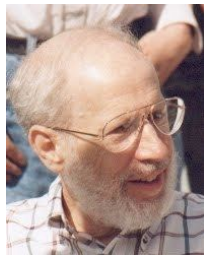
- Je známo několik algoritmů řešících problém minimální kostry.

# Algoritmy na hledání minimální kostry

- Je známo několik algoritmů řešících problém minimální kostry.
- Máme **Borůvkův algoritmus** (1928), **Jarníkův algoritmus/Primův algoritmus** (1930 a 1957) a **Kruskalův algoritmus** (1956).

# Algoritmy na hledání minimální kostry

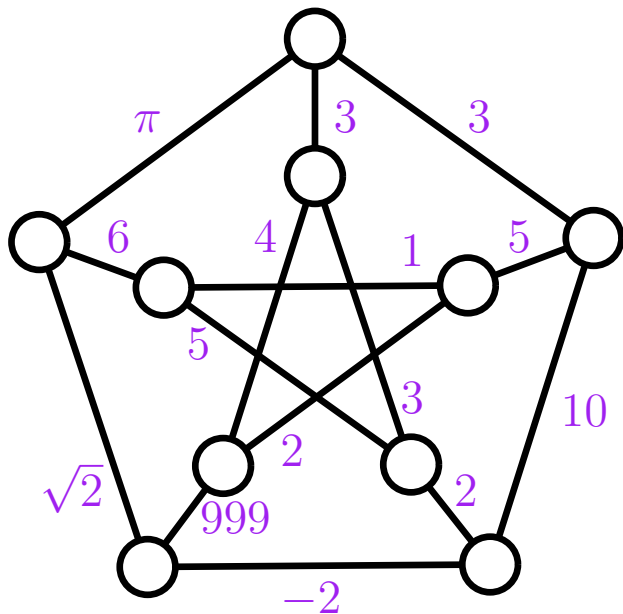
- Je známo několik algoritmů řešících problém minimální kostry.
- Máme **Borůvkův algoritmus** (1928), **Jarníkův algoritmus/Primův algoritmus** (1930 a 1957) a **Kruskalův algoritmus** (1956).



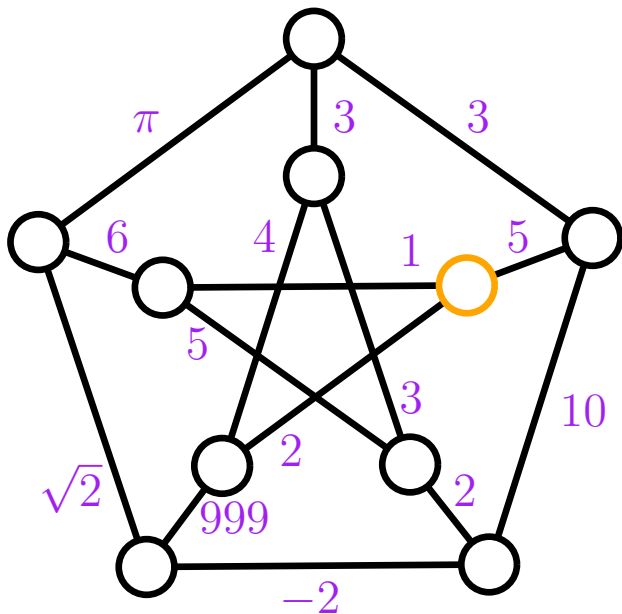
Obrázek: **Otakar Borůvka** (1899–1995), **Vojtěch Jarník** (1897–1970), **Robert C. Prim** (1921) a **Joseph Kruskal** (1928–2010).

## Příklad běhu Jarníkova algoritmu

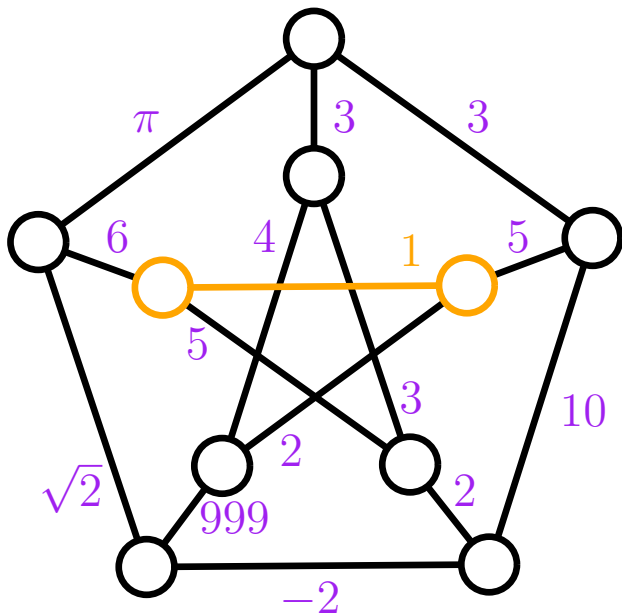
## Příklad běhu Jarníkova algoritmu



## Příklad běhu Jarníkova algoritmu

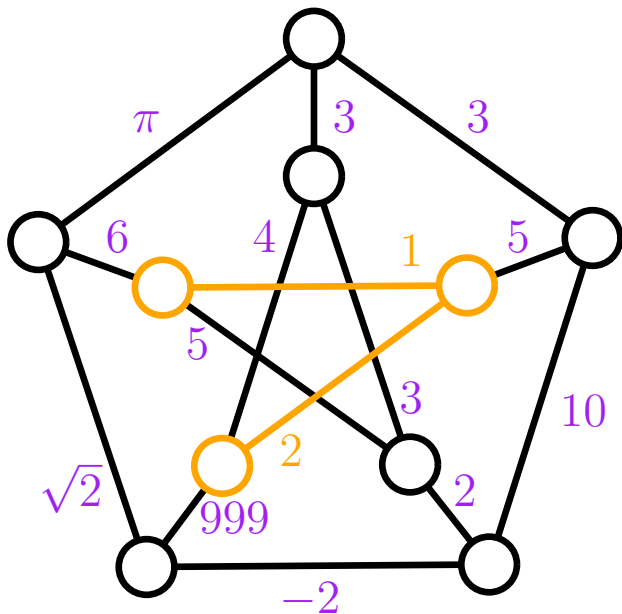


## Příklad běhu Jarníkova algoritmu

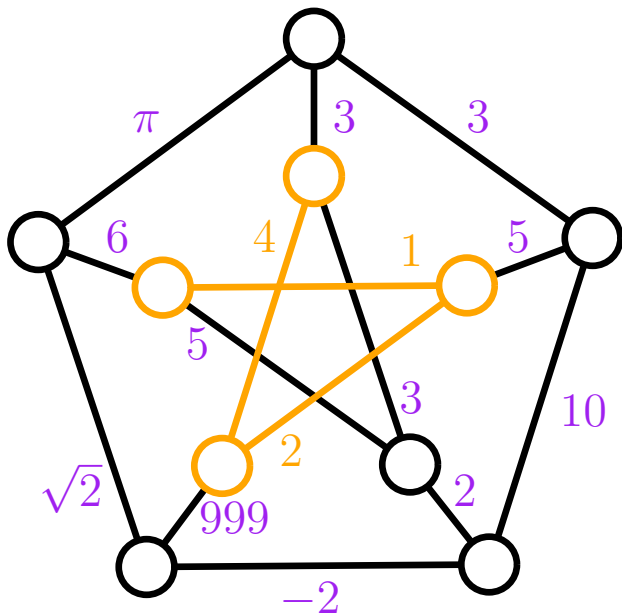




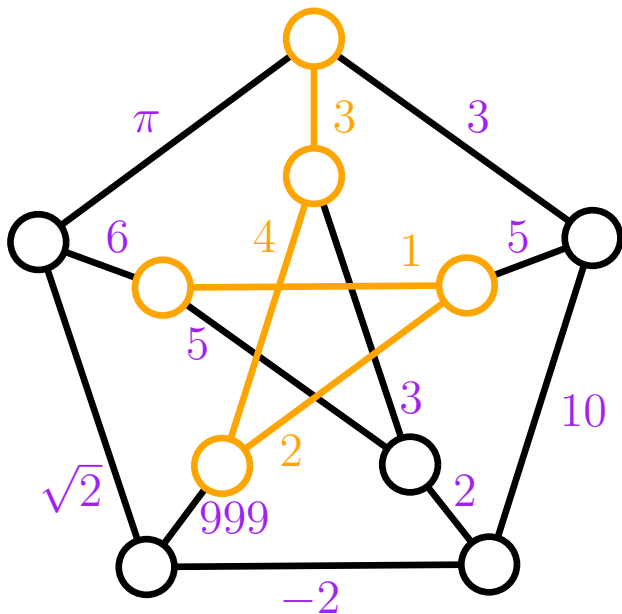
## Příklad běhu Jarníkova algoritmu



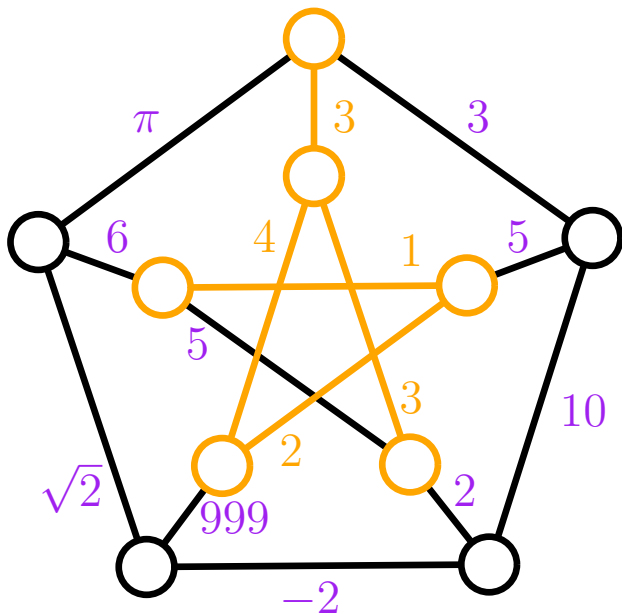
## Příklad běhu Jarníkova algoritmu



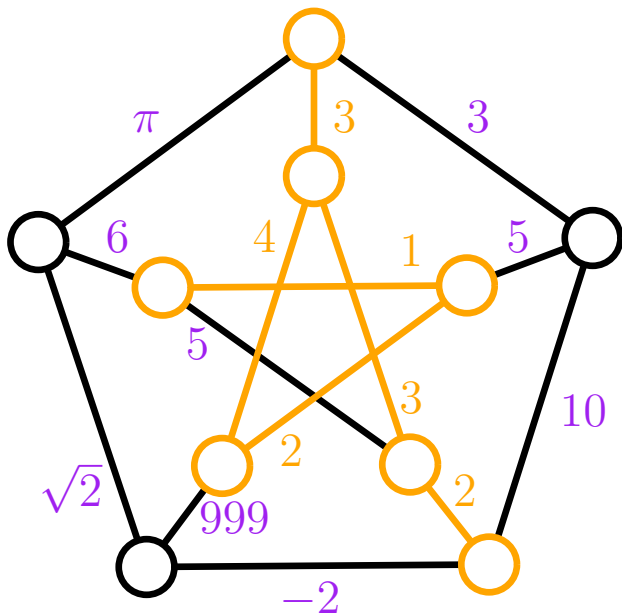
## Příklad běhu Jarníkova algoritmu



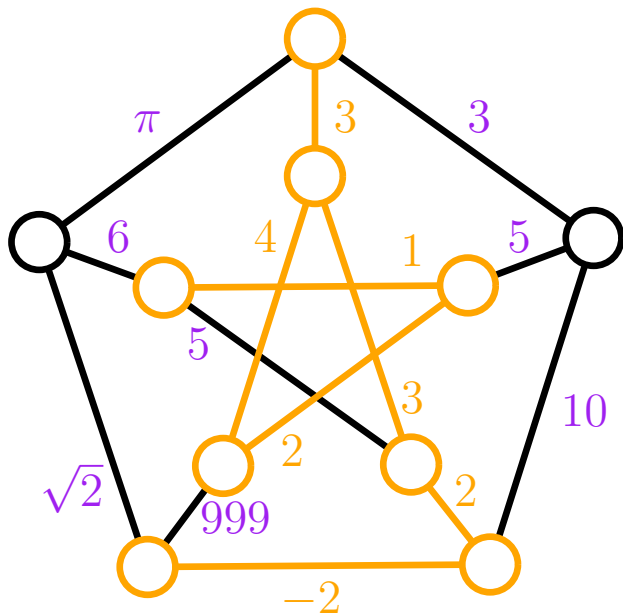
## Příklad běhu Jarníkova algoritmu



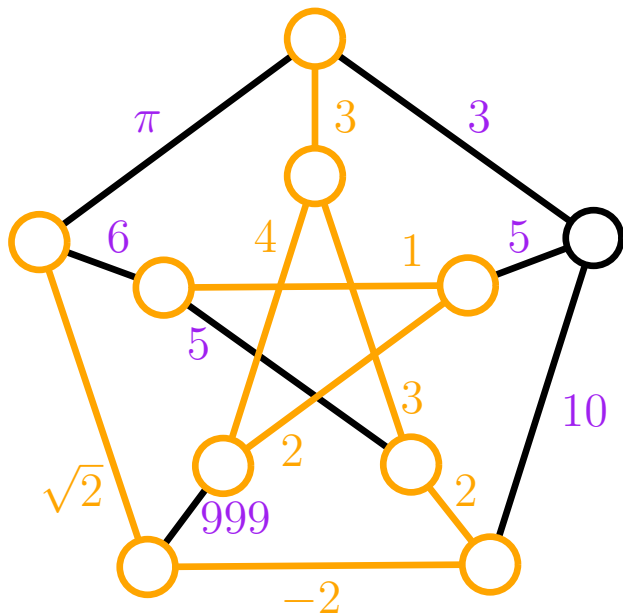
## Příklad běhu Jarníkova algoritmu



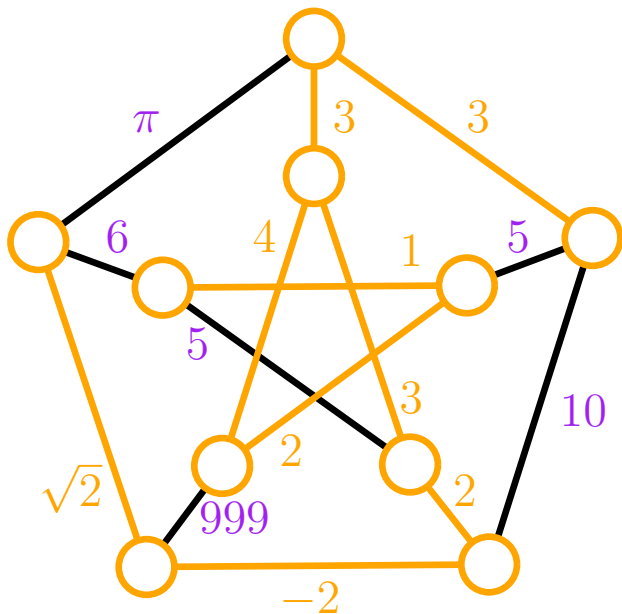
## Příklad běhu Jarníkova algoritmu



## Příklad běhu Jarníkova algoritmu



## Příklad běhu Jarníkova algoritmu





# Počítání dvěma způsoby a Cayleyho vzorec

# Počítání dvěma způsoby a Cayleyho vzorec

*Počítáme-li prvky jedné množiny dvěma způsoby, dostaneme vždy stejný výsledek.*

Počet koster v grafu  $K_n$

## Počet koster v grafu $K_n$

$$\kappa(2) = 1$$



# Počet koster v grafu $K_n$

$$\kappa(2) = 1$$



$$\kappa(3) = 3$$



# Počet koster v grafu $K_n$

$$\kappa(2) = 1$$



$$\kappa(3) = 3$$



$$\kappa(4) = 16$$



# Cayleyho vzorec

## Cayleyho vzorec

- Pro každé  $n \geq 2$  se počet koster grafu  $K_n$  rovná  $n^{n-2}$ .

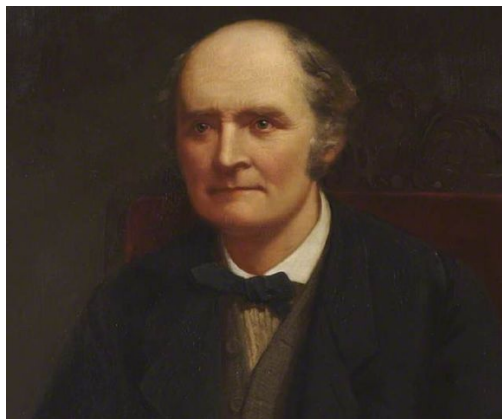


## Cayleyho vzorec

- Pro každé  $n \geq 2$  se počet koster grafu  $K_n$  rovná  $n^{n-2}$ .
- Objevil ho [Carl Wilhelm Borchardt](#) v roce 1860.

## Cayleyho vzorec

- Pro každé  $n \geq 2$  se počet koster grafu  $K_n$  rovná  $n^{n-2}$ .
- Objevil ho **Carl Wilhelm Borchardt** v roce 1860.



Obrázek: **Carl Wilhelm Borchardt** (1817–1880) a **Arthur Cayley** (1821–1895).

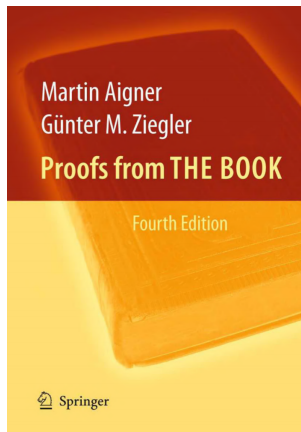
## Cayleyho vzorec: důkazy

## Cayleyho vzorec: důkazy

- Existuje řada důkazů. Čtyři jsou popsány v knize **Proofs from the Book**.

# Cayleyho vzorec: důkazy

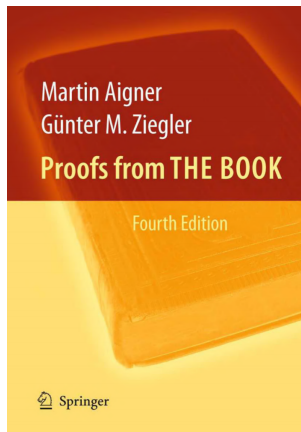
- Existuje řada důkazů. Čtyři jsou popsány v knize **Proofs from the Book**.



Obrázek: **Paul Erdős** (1913–1996) a **Proofs from the Book**.

# Cayleyho vzorec: důkazy

- Existuje řada důkazů. Čtyři jsou popsány v knize **Proofs from the Book**.



Obrázek: **Paul Erdős** (1913–1996) a **Proofs from the Book**.

Zdroje: <http://en.wikipedia.org>

- Ukážeme nejjednodušší z nich, objevený **Jimem Pitmanem** v roce 1999.



*“A nonstandard method of counting trees: Put a cat into each tree, walk your dog, and count how often he barks.”*

Zdroj: „Proofs from the Book“ (Aigner, Ziegler)



*“A nonstandard method of counting trees: Put a cat into each tree, walk your dog, and count how often he barks.”*

Zdroj: „Proofs from the Book“ (Aigner, Ziegler)

**Děkuji za pozornost.**