Diskrétní matematika

Martin Balko

1. přednáška

1. října 2019

Základní informace

Základní informace

- Přednášející: Martin Balko a Martin Loebl.

Základní informace

- Přednášející: Martin Balko a Martin Loebl.
- Stránky přednášky: *kam.mff.cuni.cz/~balko/dm1920/DM.html*
  - informace o přednášce, probraná témata, prezentace, zápisky ...

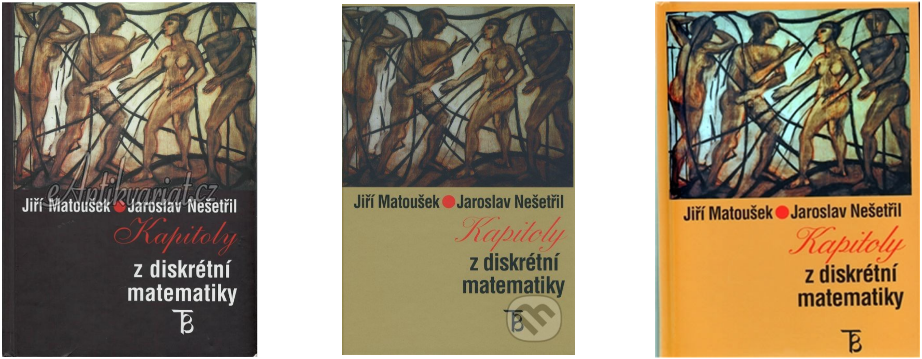
Základní informace

- Přednášející: Martin Balko a Martin Loebl.
- Stránky přednášky: *kam.mff.cuni.cz/~balko/dm1920/DM.html*
  - informace o přednášce, probraná témata, prezentace, zápisky ...
- Cvičení:
  - pondělí, 17:20, M2 (Michal Berg),
  - úterý, 12:20, M6 (Martin Balko),
  - středa, 15:40, M6 (Michael Skotnica),
  - čtvrtek, 12:20, M6 (Michael Skotnica),
  - čtvrtek, 14:00, M6 (Michael Skotnica),
  - čtvrtek, 14:00, K6 (Ida Kantor).

Základní informace

- Přednášející: Martin Balko a Martin Loebl.
- Stránky přednášky: *kam.mff.cuni.cz/~balko/dm1920/DM.html*
  - informace o přednášce, probraná témata, prezentace, zápisky ...
- Cvičení:
  - pondělí, 17:20, M2 (Michal Berg),
  - úterý, 12:20, M6 (Martin Balko),
  - středa, 15:40, M6 (Michael Skotnica),
  - čtvrtek, 12:20, M6 (Michael Skotnica),
  - čtvrtek, 14:00, M6 (Michael Skotnica),
  - čtvrtek, 14:00, K6 (Ida Kantor).
- Doporučená literatura:
  - J. Matoušek a J. Nešetřil: Kapitoly z diskrétní matematiky.

Kapitoly z diskrétní matematiky



Obrázek: Vydání Kapitol z diskrétní matematiky z let 2002, 2007 a 2010.

Zápočet a zkouška

Zápočet a zkouška

- Podmínky k získání zápočtu:
  - zisk $\geq$ 100 bodů,
  - body lze získat za domácí úkoly, písemky a aktivitu na cvičení,
  - zápočet je nutnou podmínkou účasti u zkoušky.

Zápočet a zkouška

- Podmínky k získání zápočtu:
  - zisk $\geq$ 100 bodů,
  - body lze získat za domácí úkoly, písemky a aktivitu na cvičení,
  - zápočet je nutnou podmínkou účasti u zkoušky.

- Předběžný průběh zkoušky:
  - ústní s písemnou přípravou,
  - každý dostane 2 úlohy, které vypracuje na papír. Zkoušející si vypracování přečte a případně dá dodatečné úkoly.

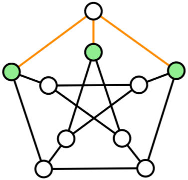
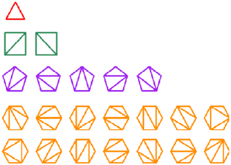
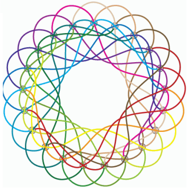
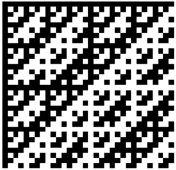
Diskrétní matematika

Diskrétní matematika

- diskrétní = opak spojitého.

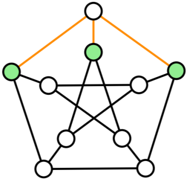
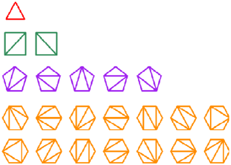
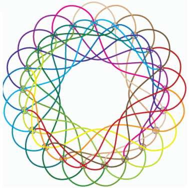
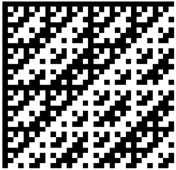
Diskrétní matematika

- diskrétní = opak spojitého.
- Část matematiky, kde pracujeme s nespojitými objekty (celá čísla, grafy, tvrzení z logiky, atd.). Zahrnuje kombinatoriku, teorii grafů, teorii čísel, teoretickou informatiku a další.

Diskrétní matematika

- diskrétní = opak spojitého.
- Část matematiky, kde pracujeme s nespojitými objekty (celá čísla, grafy, tvrzení z logiky, atd.). Zahrnuje kombinatoriku, teorii grafů, teorii čísel, teoretickou informatiku a další.

- Nezahrnuje oblasti ze spojité matematiky jako je například kalkulus či Eukleidovská geometrie.

Sylabus

Sylabus

- Předběžný plán:

Sylabus

- Předběžný plán:
  - množiny, základní operace a značení,
  - relace a jejich vlastnosti,

  - kombinatorické počítání,
  - princip inkluze a exkluze,
  - asymptotické odhady faktoriálu a kombinačních čísel,

  - základy teorie grafů,
  - stromy a jejich vlastnosti,
  - kostry v grafech,
  - Eulerovské tahy,
  - rovinné grafy.

Sylabus

- Předběžný plán:
  - množiny, základní operace a značení,
  - relace a jejich vlastnosti,

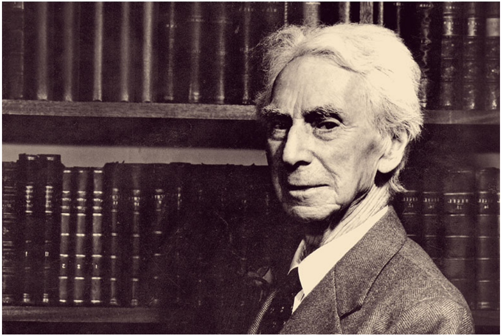
  - kombinatorické počítání,
  - princip inkluze a exkluze,
  - asymptotické odhady faktoriálu a kombinačních čísel,

  - základy teorie grafů,
  - stromy a jejich vlastnosti,
  - kostry v grafech,
  - Eulerovské tahy,
  - rovinné grafy.
- Rozšiřující témata na přednáškách KAM a IÚUK.

Množiny, základní operace a značení

Bertrand Russell

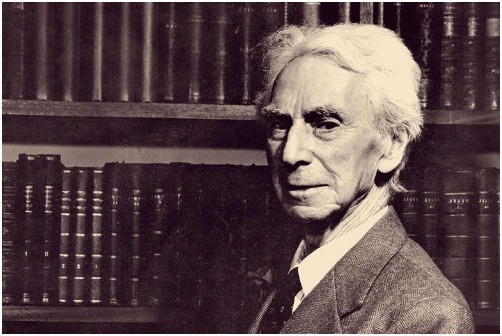
Bertrand Russell



Obrázek: Bertrand Russell (1872–1970).

Zdroj: https://www.the-tls.co.uk/

Bertrand Russell

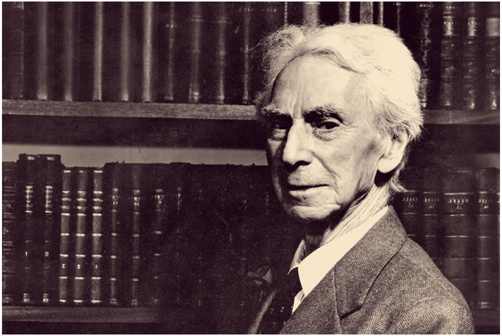


Obrázek: Bertrand Russell (1872–1970).

Zdroj: https://www.the-tls.co.uk/

- Britský matematik, filosof, logik, sociální kritik a spisovatel, nositel Nobelovy ceny za literaturu za rok 1950.

Bertrand Russell



Obrázek: Bertrand Russell (1872–1970).

Zdroj: https://www.the-tls.co.uk/

- Britský matematik, filosof, logik, sociální kritik a spisovatel, nositel Nobelovy ceny za literaturu za rok 1950.
- Sepsal dílo Principia Mathematica, ve kterém se snaží odvodit *veškeré matematické pravdy* ze souboru několika axiomů a vyhnout se paradoxům naivní toerie množin.

Russellův paradox

Russellův paradox

- „Holič holí právě ty muže, kteří se neholí sami.“

Russellův paradox

- „Holič holí právě ty muže, kteří se neholí sami.“

- Kdo tedy holí holiče?

Russellův paradox

- „Holič holí právě ty muže, kteří se neholí sami.“

- Kdo tedy holí holiče?
- Hádanka odvozená z Russellova paradoxu:

$$\text{Je-li } R = \{x : x \notin x\}, \text{ pak } R \in R \Leftrightarrow R \notin R.$$

Russellův paradox

- „Holič holí právě ty muže, kteří se neholí sami.“

- Kdo tedy holí holiče?
- Hádanka odvozená z Russellova paradoxu:

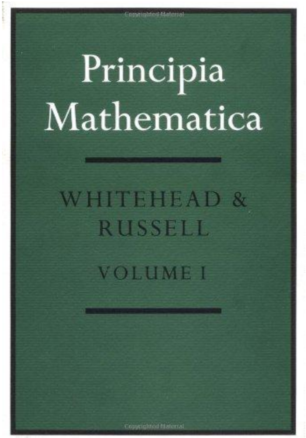
$$\text{Je-li } R = \{x : x \notin x\}, \text{ pak } R \in R \Leftrightarrow R \notin R.$$

- V nejčastěji používané teorii množin (Zermelova–Fraenkelova teorie množin) se tento paradox řeší axiomem fundovanosti.

Typy důkazů

Typy důkazů

Zdroj: https://francis.naukas.com



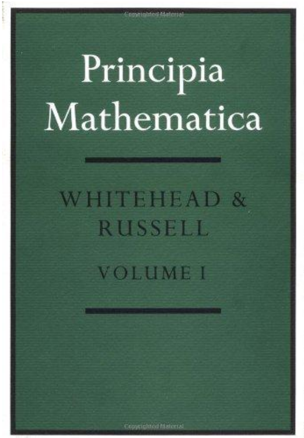
$*54{\cdot}43.\quad \vdash :. \alpha, \beta \in 1 \,.\, \supset : \alpha \cap \beta = \Lambda \,.\, \equiv \,.\, \alpha \cup \beta \in 2$

Dem.

$$\begin{aligned}
&\vdash . *54{\cdot}26 \,.\, \supset \vdash :. \alpha = \iota`x \,.\, \beta = \iota`y \,.\, \supset : \alpha \cup \beta \in 2 \,.\, \equiv \,.\, x \neq y \,. \\
&[*51{\cdot}231] \qquad\qquad \equiv \,.\, \iota`x \cap \iota`y = \Lambda \,. \\
&[*13{\cdot}12] \qquad\qquad \equiv \,.\, \alpha \cap \beta = \Lambda \qquad (1) \\
&\vdash . (1) \,.\, *11{\cdot}11{\cdot}35 \,.\, \supset \\
&\quad \vdash :. (\exists x, y) \,.\, \alpha = \iota`x \,.\, \beta = \iota`y \,.\, \supset : \alpha \cup \beta \in 2 \,.\, \equiv \,.\, \alpha \cap \beta = \Lambda \qquad (2) \\
&\vdash . (2) \,.\, *11{\cdot}54 \,.\, *52{\cdot}1 \,.\, \supset \vdash \,.\, \text{Prop}
\end{aligned}$$

From this proposition it will follow, when arithmetical addition has been defined, that $1+1=2$.

Obrázek: Obálka Russellovy knihy Principia Mathematica a v ní obsažený důkaz faktu $1+1=2$, který je dokončen ve 2. svazku po několika stech předešlých stranách textu. Autoři důkaz doplnili následujícím komentářem:



$*54{\cdot}43.\quad \vdash :. \alpha, \beta \in 1 . \supset : \alpha \cap \beta = \Lambda . \equiv . \alpha \cup \beta \in 2$

Dem.

$\vdash . *54{\cdot}26 . \supset \vdash :. \alpha = \iota`x . \beta = \iota`y . \supset : \alpha \cup \beta \in 2 . \equiv . x \neq y .$

$[*51{\cdot}231] \qquad \equiv . \iota`x \cap \iota`y = \Lambda .$

$[*13{\cdot}12] \qquad \equiv . \alpha \cap \beta = \Lambda \qquad (1)$

$\vdash . (1) . *11{\cdot}11{\cdot}35 . \supset$

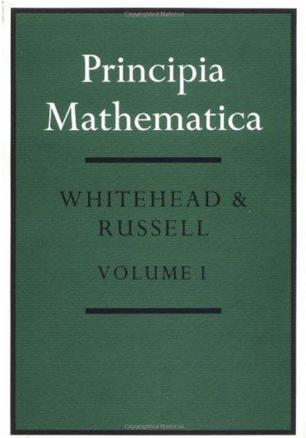
$\vdash :. (\exists x, y) . \alpha = \iota`x . \beta = \iota`y . \supset : \alpha \cup \beta \in 2 . \equiv . \alpha \cap \beta = \Lambda \qquad (2)$

$\vdash . (2) . *11{\cdot}54 . *52{\cdot}1 . \supset \vdash .$ Prop

From this proposition it will follow, when arithmetical addition has been defined, that $1 + 1 = 2$.

Obrázek: Obálka Russellovy knihy Principia Mathematica a v ní obsažený důkaz faktu $1 + 1 = 2$, který je dokončen ve 2. svazku po několika stech předešlých stranách textu. Autoři důkaz doplnili následujícím komentářem:

„*The above proposition is occasionally useful.*“



$$*54{\cdot}43.\quad \vdash :. \alpha, \beta \in 1 . \supset : \alpha \cap \beta = \Lambda . \equiv . \alpha \cup \beta \in 2$$

Dem.

$$\vdash . *54{\cdot}26 . \supset \vdash :. \alpha = \iota`x . \beta = \iota`y . \supset : \alpha \cup \beta \in 2 . \equiv . x \neq y .$$

$$[*51{\cdot}231] \qquad \equiv . \iota`x \cap \iota`y = \Lambda .$$

$$[*13{\cdot}12] \qquad \equiv . \alpha \cap \beta = \Lambda \qquad (1)$$

$$\vdash . (1) . *11{\cdot}11{\cdot}35 . \supset$$

$$\vdash :. (\exists x, y) . \alpha = \iota`x . \beta = \iota`y . \supset : \alpha \cup \beta \in 2 . \equiv . \alpha \cap \beta = \Lambda \qquad (2)$$

$$\vdash . (2) . *11{\cdot}54 . *52{\cdot}1 . \supset \vdash . \text{Prop}$$

From this proposition it will follow, when arithmetical addition has been defined, that $1 + 1 = 2$.

Obrázek: Obálka Russellovy knihy Principia Mathematica a v ní obsažený důkaz faktu $1 + 1 = 2$, který je dokončen ve 2. svazku po několika stech předešlých stranách textu. Autoři důkaz doplnili následujícím komentářem:

„The above proposition is occasionally useful.“

Děkuji za pozornost.