

# Diskrétní matematika – 2. série domácích úkolů\*

odevzdat do 30. 10. 2012

13. října 2012

## 1 Relace

**Příklad 1.** Dokažte, že relace  $R$  na množině  $X$  je transitivní, právě tehdy když  $R \circ R \subseteq R$ . [1]

**Příklad 2.** Dokažte, že  $R \circ R^{-1} = \Delta_X$  právě tehdy, když je relace  $R \circ R^{-1}$  reflexivní a slabě antisymetrická. Symbolem  $\Delta_X$  značíme nejmenší reflexivní relaci na množině  $X$ : [2]

$$\Delta_X = \{(x, x) \mid x \in X\}.$$

## 2 Kombinatorické počítání a Dirichletův princip

**Příklad 3.** Nechť  $X$  je  $n$  prvková množina,  $n \in \mathbb{N}$ . Spočítejte počet uspořádaných dvojic  $(A, B)$  takových, že platí

(a)  $A \subseteq B \subseteq X$ . [3]

(b)  $|A \cap B| = 1$ , kde  $A, B \subseteq X$ . [3]

**Příklad 4.** Dokažte, že pokud do čtverce se stranami délky 1 umístíme pět bodů, tak vždy mezi nimi dokážeme najít dva, které jsou v (Eukleidovské) vzdálenosti nanejvýš  $\sqrt{2}/2$ . Je možné nahradit  $\sqrt{2}/2$  menším číslem? [2]

**Příklad 5.** Jaký je největší možný počet střelců, které lze umístit na šachovnici o rozměrech  $n \times n$ , aniž by se nějakí dva ohrožovali? Přesný počet dokažte. [3]

---

\*Informace o cvičení naleznete na <http://kam.mff.cuni.cz/~balko/>