

# Diskrétní matematika – příklady na 1. cvičení\*

29. září 2012

## 1 Výroky

**Příklad 1.** *Negujte výroky*

$$\begin{aligned}\forall x \in M : V(x); \\ \exists x \in M : V(x); \\ \exists x \in M \forall y \in M : W(x, y); \\ \exists y \in M \forall x \in M : W(x, y).\end{aligned}$$

**Příklad 2.** *Nechť  $M$  je množina osob přítomných v posluchárně a necht'  $W(x, y)$  znamená: osoba  $x$  zná příjmení osoby  $y$ . Zkoumejte platnost výroků*

$$\begin{aligned}\forall x \in M \exists y \in M : W(x, y); \\ \forall y \in M \exists x \in M : W(x, y); \\ \exists x \in M \forall y \in M : W(x, y); \\ \exists y \in M \forall x \in M : W(x, y).\end{aligned}$$

**Příklad 3.** *Platí:*

$$\neg(\forall x \in \mathbb{R} \exists y \in \mathbb{R} \forall z \in \mathbb{R} : (z > y \Rightarrow z > x)) \Leftrightarrow (\exists x \in \mathbb{R} \forall y \in \mathbb{R} \exists z \in \mathbb{R} : (z > y \ \& \ z \leq x)).$$

**Příklad 4.** *Platí:*

$$\begin{aligned}\neg(\forall x \in M : V(x)) &\Leftrightarrow \exists x \in M : \neg V(x); \\ \neg(\exists x \in M : V(x)) &\Leftrightarrow \forall x \in M : \neg V(x); \\ \neg(\forall x \in M, A(x) : B(x)) &\Leftrightarrow \exists x \in M : A(x) \ \& \ \neg B(x).\end{aligned}$$

**Příklad 5.** *Znegujte výrok: Každý si rád dá jedno pivo, ale ne vždy a ne v každé hospodě.*

## 2 Důkazová technika

**Příklad 6.** *Dokažte přímo, nepřímo a sporem následující tvrzení: je-li  $n \in \mathbb{N}$  a  $n^2$  je liché, pak také  $n$  je liché.*

**Příklad 7.** *Dokažte indukcí, že každé  $n \in \mathbb{N}$  lze zapsat buď ve tvaru  $2k$  nebo  $2k - 1$  pro nějaké  $k \in \mathbb{N}$ .*

**Příklad 8.** *Dokažte sporem, že neexistuje žádné racionální číslo  $x$ , splňující  $x^2 = 2$ .*

**Příklad 9.** *Existují dvě iracionální čísla  $x, y$  taková, že  $x^y \in \mathbb{Q}$ .*

**Příklad 10.** *Pro  $n \in \mathbb{N}$  je číslo  $\sqrt{n}$  buď celé nebo již iracionální.*

---

\*Informace o cvičení naleznete na <http://kam.mff.cuni.cz/~balko/>