

Algoritmická teorie her — 2. domácí úkol¹

Nashova ekvilibria

zadáno 1.11.2023, termín odevzdání 15.11.2023

Příklad 1. *Nakreslete polyedr nejlepších odpovědí a normalizovaný polytop nejlepších odpovědí pro Hru o duši Gotham. Poté v daných polyedrech nalezněte páry bodů, které odpovídají Nashovým ekvibriím.* [4]

	Spolupracovat (3)	Odpálit bombu (4)
Spolupracovat (1)	(1, 1)	(1, 2)
Odpálit bombu (2)	(2, 1)	(1, 1)

Tabulka 1: Hra o duši Gotham.

Příklad 2. *Použijte Lemkeho–Howsonův algoritmus a spočítejte Nashovo ekvilibrium následující hry dvou hráčů:* [2]

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{and} \quad N = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 3. \end{pmatrix}$$

Výpočet začněte výběrem značky 1.

Příklad 3. *[Spernerovo lemma] Necht S je podrozdělení trojúhelníku T v rovině. Korektní obarvení vrcholů S přiřazuje jednu ze tří barev (modrá, červená a zelená) každému vrcholu z S tak, že všechny tři barvy jsou použité na vrcholech z T . Navíc každý vrchol z S ležící na hraně z T musí mít jednu z barev, kterou má nějaký vrchol této hrany ležící v T .*

Dokažte, že v každém korektním obarvení S existuje trojúhelníková stěna v S jejíž vrcholy jsou obarveny všemi třemi barvami.

Hint: Použijte redukci na problém END-OF-THE-LINE. [3]

¹Informace o cvičení naleznete na <http://kam.mff.cuni.cz/~balko/>