

# Algoritmická teorie her — 4. domácí úkol<sup>1</sup>

## Aukce maximalizující zisk

zadáno 17.12.2020, deadline 7.1.2021

**Příklad 1.** Necht  $F$  je uniformní rozdělení pravděpodobnosti na  $[0, 1]$ . Uvažte 1-položkovou aukci se dvěma kupujícími 1 a 2, kteří mají rozdělení  $F_1 = F$  a  $F_2 = F$ . Dokažte, že střední hodnota zisku obdrženého při Vickreyho aukci s rezervou  $1/2$  se rovná  $5/12$ . [3]

**Příklad 2.** Spočítejte virtuální ohodnocení následujících rozdělení pravděpodobnosti a rozhodněte, která z nich jsou regulární.

(a) Rozdělení  $F(z) = 1 - \frac{1}{(z+1)^c}$  na  $[0, \infty)$ , kde  $c > 0$  je nějaká konstanta, [2]

(b) Uvažte rozdělení  $F$  z části (a) pro  $c = 1$ . Ukažte, že když kupující vybírají svá ohodnocení podle  $F$ , pak nemusí platit, že střední hodnota zisku se rovná střední hodnotě virtuálního sociálního přebytku. Abyste uvedli na pravou míru tento výsledek s větou z přednášky o maximalizaci střední hodnoty zisku, ukažte, jaký předpoklad této věty není splněn. [3]

**Příklad 3.** Uvažme 1-parametrové prostředí s množinou  $X$  přípustných řešení a s  $n$  kupujícími. Pro každého kupujícího  $i$  je jeho ohodnocení  $v_i$  vybráno podle regulárního rozdělení pravděpodobnosti  $F_i$ . Uvažme alokační pravidlo  $x$ , které na vstupu v maximalizuje virtuální sociální přbytek. Neboli

$$x(v) = \operatorname{argmax}_{(x_1, \dots, x_n) \in X} \sum_{i=1}^n \varphi_i(v_i) x_i.$$

Dokažte, že toto alokační pravidlo je monotónní. [2]

Poznámka: Předpokládejme, že remízy jsou rozhodnuty podle nějakého konzistentního deterministického pravidla, například lexikograficky.

---

<sup>1</sup>Informace o cvičení naleznete na <http://kam.mff.cuni.cz/~balko/>