Domácí úkol č. 8

Termín odevzdání 20.5. 2019 (viz stránky cvičení)

Jméno: ____________________

Každé svoje tvrzení **odůvodněte**. Konstatování bez odůvodnění nebude počítáno jako odpověď. (Viz stránky cvičení, *https://kam.mff.cuni.cz/~amemori*)

1. (8b) Mějme k, l, $1 \leq k < l$. Najděte grafy G_1, G_2, G_3 a G_4 s vlastnostmi. (Nezapomeňte zdůvodnit, proč Vámi nalezené grafy splňují dané vlastnosti.):

(a) $k_v(G_1) = 1$ a $k_e(G_1) = 1$,

(b) $k_v(G_2) = 1$ a $k_e(G_2) = l$,

(c) $k_v(G_3) = k$ a $k_e(G_3 \setminus v) = l$, pro nějaké konkrétní $v \in V(G_3)$,

(d) $k_e(G_4 \setminus v) = k$ a $k_e(G_4 \setminus e) = 1$, pro nějakou konkrétní hranu $\{v, w\} = e \in V(G_4)$.

BONUSY.

A. (4b) Mějme graf G na alespoň 3 vrcholech. Dokažte, že následující věty jsou ekvivalentní.

- G je hranově 2-souvislý.
- G je souvislý a každá jeho hrana se nachází na kružnici.
- Libovolná dvojice hran se nachází na uzavřeném tahu a minimální stupeň vrcholů grafu je 1.
- Libovolná dvojice vrcholů se nachází na uzavřeném tahu.

B. (4b) Dokažte následující ekvivalenci.

Graf G je k-souvislý právě tehdy, když G obsahuje alespoň $n+1$ vrcholů a pro každý jeho vrchol v a množinu $A \in \binom{V(G)}{k}$ existuje k cest mezi vrcholem v a vrcholy z množiny A tak, že cesty jsou vrcholově disjunktní až na vrchol v, tzn. tyto cesty tvoří „vějíř“ v grafu G.