Domácí úkol č. 6

Termín odevzdání 6.5. 2019 (viz stránky cvičení)

Jméno: ____________________

Každé svoje tvrzení **dokažte**. Konstatování bez odůvodnění nebude počítáno jako odpověď. (Viz stránky cvičení, *https://kam.mff.cuni.cz/~amemori*)

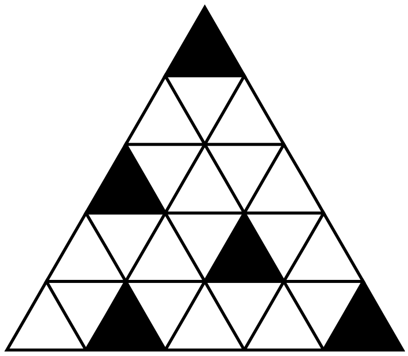
1. (5b)

   (a) Dokažte, že hrany k-regulárního bipartitního grafu lze vyjádřit jako sjednocení k perfektních párování.

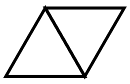
   (b) Mějme d-regulární bipartitní graf G. Určete maximální číslo k tak, že po odstranění libovolné množiny hran velikosti nejvýše k z G lze pořád nalézt perfektní párování. (Nápověda: Využijte (a).)

3. (4b) *Mřížkovaný trojúhelník s dírami* je rovnostranný trojúhelník, který je složen z rovnostranných trojúhelníčků jednotkové délky. Díry v trojúhelníku vzniknou odstraněním trojúhelníčků, z nichž je složen a jejichž špička směřuje nahoru. Odstranění trojúhelníčku se špičkou dolů není povoleno.

Příklad mřížkovaného trojúhelníku o velikosti 5 s 5 dírami. (Velikost udává délku strany.)



Diamant je jednotkový kosočtverec, který vznikne ze dvou jednotkových rovnostranných trojúhelníčků.



Dokažte následující **ekvivalenci**.

Mřížkovaný trojúhelník T velikosti n s n dírami lze vydláždit diamanty právě tehdy, když libovolný rovnostranný trojúhelník o velikosti k nacházející se v trojúhelníku T obsahuje nejvýše k děr, $1 \leq k \leq n$.

(Existují jak důkazy využívající Hallovu větu, tak i důkazy bez Hallovy věty. Důkaz využívající Hallovu větu je kratší, ale nemusíte se do něho nutit.)