

Domácí úkol č. 7

Termín odevzdání 3.12.2021 10:40

Jméno: _____

Každé svoje tvrzení odůvodněte. Konstatování bez odůvodnění nebude počítáno jako odpověď.

1. (6b) Marie spolu se svým přítelem chystají oslavu, na kterou pozvali další čtyři dvojice. Znájí se spolu na uvítanou vzájemně zdraví, ale – přirozeně – nikdo se nevítá se svým vlastním partnerem. Na konci oslavy se Marie zeptá ostatních, s kolika lidmi se každý zdravil, a dostane devět různých odpovědí.

S kolika lidmi se zdravila Marie a s kolika její partner?

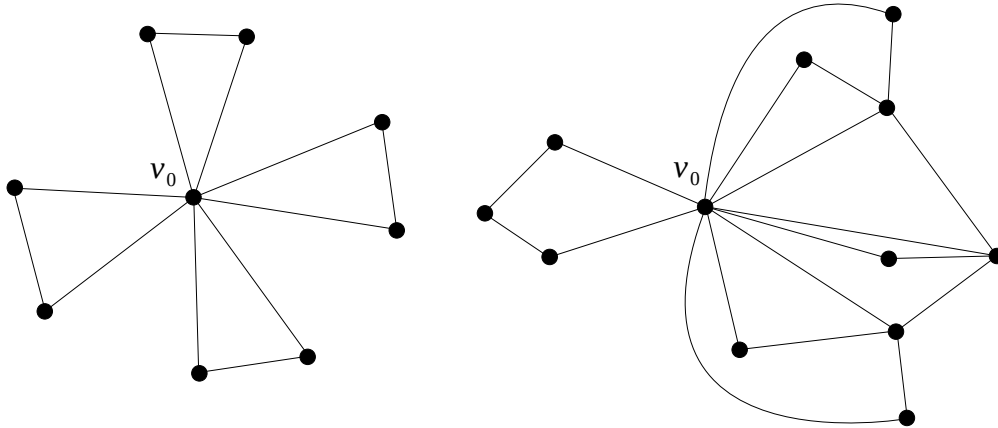
Výsledný graf znázorňující podání rukou nakreslete, vyznačte do něho Marii a jejího partnera a určete, zdali Vámi vytvořený graf je jediné možné řešení úlohy, tzn. zdali je graf jednoznačně určen.

Vyřešte tento příklad, ale pro situaci, kdy si partneri vždy podají ruce. S kolika lidmi se zdravila Marie a s kolika její partner. Znovu výsledný graf podání rukou nakreslete, vyznačte do něho Marii a jejího partnera a určete, zdali Vámi vytvořený graf je jediné možné řešení úlohy

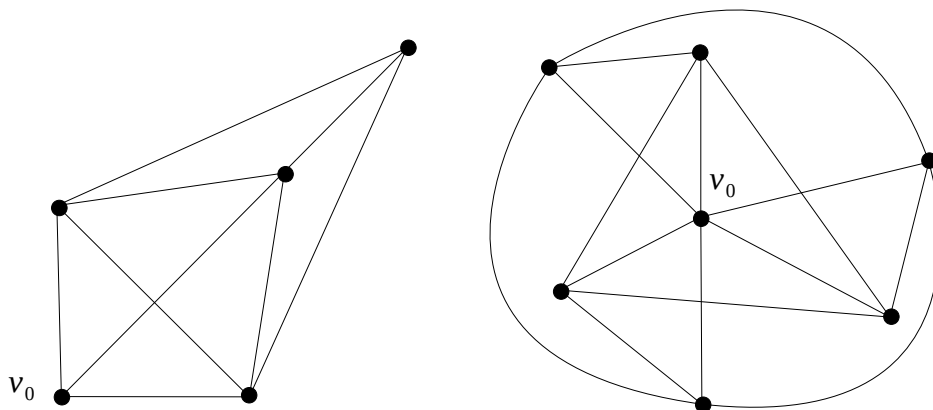
Lze něco říct o vztahu mezi oběma grafy pro situace, kdy si partneri nepodají ruce a kdy si partneri vždy podají ruce? (Podle kvality odpovědi je možné získat i bonusové body.)

2. (4b) Řekněme, že graf $G = (V, E)$ je *náhodně eulerovský* z vrcholu v_0 , jestliže každý maximální tah z vrcholu v_0 již představuje nakreslení grafu G jedním tahem (ekvivalentně: jestliže libovolný tah počínající ve vrcholu v_0 , který již nelze prodloužit, představuje nakreslení grafu G jedním tahem.)

a) Dokažte, že následující grafy jsou náhodně eulerovské z vrcholu v_0 :



b) Dokažte, že následující grafy nejsou náhodně eulerovské z vrcholu v_0 :



(2b) Bonusový příklad.

Dokažte tvrzení 4.6.2 z Kapitoly z diskretní matematiky.:

Orientovaný graf je eulerovský právě tehdy, když je vyvážený a jeho symetrizace je souvislý graf.