

Domácí úkol č. 4

Termín odevzdání 5.11.2021 10:40

Jméno: _____

Každé svoje tvrzení odůvodněte. Konstatování bez odůvodnění nebude počítáno jako odpověď.

1. (6b) Uvažte mřížku $m \times n$, kde m a n značí počet horizontálních a vertikálních čar.

V následujících úlohách nejprve odvoďte obecný vzorec a poté určete přesné číslo pro $m = 11$ a $n = 21$, tedy pro mřížku s 200 čtverečky.

- a) Kolik existuje obdélníků jejichž strany leží na této mřížce? (Čtverec je speciální případ obdélníku, úsečka nikoliv.)
- b) Kolik existuje dvojic disjunktních obdélníků jejichž strany leží na této mřížce? (Uvažte, že jde o uzavřené obdélníky, tedy včetně hranic.)

2. (4b) Dokažte vzorec matematickou indukcí podle n (při pevném r):

$$\binom{r}{r} + \binom{r+1}{r} + \binom{r+2}{r} + \dots + \binom{n}{r} = \binom{n+1}{r+1}.$$

(Bonus +1b) Dokažte týž vzorec kombinatoricky, tzn. bez použití vzorečků pro binomický koeficient.