

Domácí úkol č. 2

Termín odevzdání 22.10.2021 10:40

Jméno: _____

Každé svoje tvrzení odůvodněte. Konstatování bez odůvodnění nebude počítáno jako odpověď.

1. (6b) Funkce *signum*, značená sgn : $\mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, je definována jako $\text{sgn}(x) = 1$, pokud je x kladné, $\text{sgn}(x) = -1$, pokud je x záporné a $\text{sgn}(0) = 0$. Definujeme v rovině, tj. \mathbf{R}^2 , relaci \sim takovou, že pro libovolné dva body $x = (x_1, x_2)$ a $y = (y_1, y_2)$ z \mathbf{R}^2 platí $x \sim y$, právě když $\text{sgn}(x_1) = \text{sgn}(y_1)$ a zároveň $\text{sgn}(x_2) = \text{sgn}(y_2)$.

a) Dokažte, že \sim je relace ekvivalence na \mathbf{R}^2 .

b) Určete počet tříd ekvivalence \sim a třídy nakreslete.

2. (4b) Mějme funkce $f: X \rightarrow Y$ a $g: Y \rightarrow X$, pro které platí, že $f \circ g = \text{id}$ a $g \circ f = \text{id}$. Dokažte, že funkce f je bijekce.