

# Bonusová série č. 1

*Termín odevzdání 7.1.2022 10:40*

Jméno: \_\_\_\_\_

Každé svoje tvrzení odůvodněte. Konstatování bez odůvodnění nebude počítáno jako odpověď.

1. (2b) Dokažte, že graf s alespoň dvěma vrcholy obsahuje dva vrcholy mající stejný stupeň.

2. (2b)  $n$ -krychle je krychle dimenze  $n$ . (Krychle dimenze 1 je úsečka, dimenze 2 je čtverec, dimenze 3 je krychle atd. Obecně konstrukce krychle dimenze  $n+1$  z krychle dimenze  $n$  probíhá zkopírováním krychle dimenze  $n$  a propojením vrcholů z kopie s odpovídajícími vrcholy v originálu.) Pokud se  $n$ -krychle uvažuje jako graf, tzn. vrcholy krychle jsou vrcholy grafu a hrany krychle jsou hrany grafu, dokažte, že  $n$ -krychle má hamiltonovskou kružnici.

3. (3b) Dokažte, že následující dvě podmínky pro posloupnost  $(d_1, \dots, d_n)$  kladných přirozených čísel jsou navzájem ekvivalentní:

a) Existuje strom  $T$  se skórem  $(d_1, \dots, d_n)$ .

b) Platí  $\sum_{i=1}^n d_i = 2n - 2$ .

4. (2b) Dokažte, že graf na  $n$  vrcholech s  $c$  komponentami má aspoň  $n - c$  hran.

5. (2b) Graf  $G$ , který je isomorfní svému doplňku, se nazývá samodoplňkový. Najděte všechny samodoplňkové kružnice a dokažte, že žádné jiné neexistují.