

# Domácí úkol č. 2

Termín odevzdání 22.10.2019 15:40

Jméno: \_\_\_\_\_

Každé svoje tvrzení odůvodněte. Konstatování bez odůvodnění nebude počítáno jako odpověď.

1. (6b) Funkce *signum*, značená  $sgn: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , je definována jako  $sgn(x) = 1$ , pokud je  $x$  kladné,  $sgn(x) = -1$ , pokud je  $x$  záporné a  $sgn(0) = 0$ . Definujeme v rovině, tj.  $\mathbb{R}^2$ , relaci  $\sim$  takovou, že pro libovolné dva body  $x = (x_1, x_2)$  a  $y = (y_1, y_2)$  z  $\mathbb{R}^2$  platí  $x \sim y$ , právě když  $sgn(x_1) = sgn(y_1)$  a zároveň  $sgn(x_2) = sgn(y_2)$ .

a) Dokažte, že  $\sim$  je relace ekvivalence na  $\mathbb{R}^2$ .

b) Určete počet tříd ekvivalence  $\sim$  a třídy nakreslete.

2. (4b) Mějme funkce  $f: X \rightarrow Y$  a  $g: Y \rightarrow X$ , pro které platí, že  $f \circ g = id$  a  $g \circ f = id$ . Dokažte, že funkce  $f$  je bijekce.