

Domácí úkol č. 9

Termín odevzdání 21.12.2018 10:40

Jméno: _____

Každé svoje tvrzení odůvodněte. Konstatování bez odůvodnění nebude počítáno jako odpověď.

1. (6b) Marie spolu se svým přítelem chystají oslavu, na kterou pozvali další čtyři dvojice. Znájí se spolu na uvítanou vzájemně zdraví, ale – přirozeně – nikdo se nevítá se svým vlastním partnerem. Na konci oslavy se Marie zeptá ostatních, s kolika lidmi se každý zdravil, a dostane devět různých odpovědí.

S kolika lidmi se zdravila Marie a s kolika její partner?

Výsledný graf znázorňující podání rukou nakreslete, vyznačte do něho Marii a jejího partnera a určete, zdali Vámi vytvořený graf je jediné možné řešení úlohy, tzn. zdali je graf jednoznačně určen.

Vyřešte tento příklad, ale pro situaci, kdy si partneři vždy podají ruce. S kolika lidmi se zdravila Marie a s kolika její partner. Znovu výsledný graf podání rukou nakreslete, vyznačte do něho Marii a jejího partnera a určete, zdali Vámi vytvořený graf je jediné možné řešení úlohy

Lze něco říct o vztahu mezi oběma grafy pro situace, kdy si partneři nepodají ruce a kdy si partneři vždy podají ruce? (Podle kvality odpovědi je možné získat i bonusové body.)

2. (4b) *Automorfismus* grafu $G=(V, E)$ je každý izomorfismus G s G , tj. bijekce $f:V \rightarrow V$ taková, že $\{u, v\} \in E$, právě tehdy když $\{f(u), f(v)\} \in E$. Graf se nazývá *asymetrický* (někdy též *strnulý*), je-li jeho jediný automorfismus identické zobrazení (každý vrchol se zobrazí sám na sebe).

- a) Najděte příklad asymetrického grafu (s aspoň 2 vrcholy).
- b) Ukažte, že neexistuje žádný asymetrický graf G s $1 < |V(G)| \leq 4$.

BONUS. (4b) Mějme graf G a matici sousednosti A grafu G .

- a) Co můžete říct o sumě diagonály matice A^2 .
- b) Co můžete říct o sumě diagonály matice A^3 .

(Charakterizujte sumu například jako sumu počtu hran, vrcholů, cest atd. Použití pouze počtu sledů pro charakterizaci sumy není dostačující pro získání všech bodů.)