# Příklady z Kombinatorické a výpočetní geometrie

## 5. série — Mnohostěny, arrangementy a Voroného diagramy

odevzdat do 3. 1. 2019

1. Spočítejte přesný počet stěn dimenzí 1, 2 a 3 pro cyklický mnohostěn dimenze 4 s $n$ vrcholy. **[2]**

2. Spočtěte počet stěn dimenzí 1 a 2 arrangementu $n$ rovin v obecné poloze v $\mathbb{R}^3$. **[2]**

3. Nechť $P = \{p_1, p_2, \ldots, p_n\}$ je množina $n$ bodů v rovině. Řekneme, že body $x$ a $y$ mají *stejný výhled* na $P$, jestliže jsou z nich body $P$ vidět ve stejném cyklickém pořadí (tj. jestliže otáčíme polopřímkou s počátkem v bodu $x$ resp. $y$ po směru hodinových ručiček, tato přímka nachází body $P$ ve stejném pořadí). Předpokládejme, že ani jeden z bodů $x$ a $y$ nepatří do $P$ a neprochází jimi žádná přímka určená dvěma body z $P$.

   Ukažte, že maximální počet různých „výhledů" je $O(n^4)$. **[2]**

4. (a) Kolik je buněk v arrangementu $\binom{d}{2}$ nadrovin v $\mathbb{R}^d$, které odpovídají rovnicím $x_i = x_j$, kde $1 \leq i < j \leq d$? **[2]**

   (b) Kolik je buněk v arrangementu nadrovin v $\mathbb{R}^d$, které odpovídají rovnicím $x_i + x_j = 0$ a $x_i = x_j$, kde $1 \leq i < j \leq d$? **[2]**

5. Ukažte, že pro $n \geq 2$ má Voroného diagram $2n$-bodové množiny $A_{2n} = \{(i,0,0); i = 1,2,\ldots,n\} \cup \{(0,n,j); j = 1,2,\ldots,n\}$ v $\mathbb{R}^3$ alespoň $cn^2$ vrcholů, kde $c$ je nějaká kladná konstanta. **[2]**

6. Nechť $P$ je konečná množina bodů v rovině, z nichž žádné 3 neleží na společné přímce a žádné 4 na společné kružnici. Definujme na $P$ graf $DT$ (zvaný *Delaunayova triangulace*): dva body $a, b$ jsou spojeny hranou, právě když existuje kruh mající $a$ i $b$ na hranici a žádný bod z $P$ uvnitř.

   Dokažte, že $DT$ je rovinné nakreslení souvislého grafu, jehož každá vnitřní stěna je trojúhelník. **[3]**

---

Informace o cvičení naleznete na `http://kam.mff.cuni.cz/kvg`