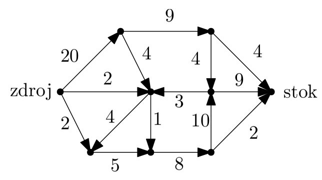
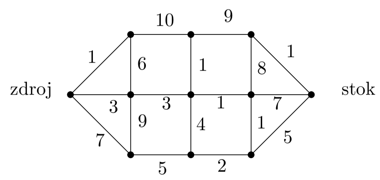
Úlohy ke cvičení

Úloha 1: Najděte nějaký maximální tok v síti na obrázku.

a)



b)



Úloha 2: Spočtěte počet různých perfektních párování grafu K_{2n}.

Úloha 3: Dokažte, že hrany k-regulárního bipartitního grafu lze vyjádřit jako sjednocení k perfektních párování.

Úloha 4: Nechť G je bipartitní graf s $2n$ vrcholy takový, že každá z jeho částí má n vrcholů.

a) Předpokládejme, že minimální stupeň v G je alespoň $n/2$. Dokažte, že G obsahuje perfektní párování.

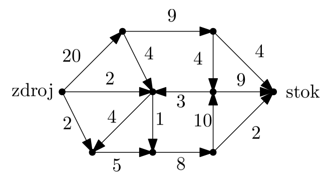
b) Musí G obsahovat perfektní párování, kdyby minimální stupeň byl $\lceil n/2 \rceil - 1$?

Úloha 5: Uvažujme logickou formuli tvaru $(x_1 \vee \neg x_2 \vee \ldots) \wedge (x_3 \vee \ldots) \wedge \ldots$, tedy takovou, která je konjunkcí *klauzulí,* což jsou disjunkce *literálů* a každý literál je buďto proměnná nebo její negace. Formule je *splnitelná,* pokud je za proměnné možné dosadit pravda/nepravda tak, aby celá formule byla pravdivá. Dokažte, že libovolná formule, jejíž každá klauzule obsahuje právě 3 literály a každá proměnná se vyskytuje v právě 3 různých klauzulích, je splnitelná.

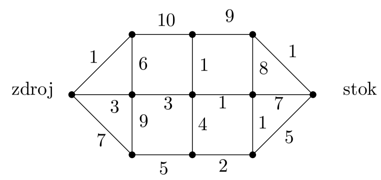
Úlohy ke cvičení

Úloha 1: Najděte nějaký maximální tok v síti na obrázku.

a)



b)



Úloha 2: Spočtěte počet různých perfektních párování grafu K_{2n}.

Úloha 3: Dokažte, že hrany k-regulárního bipartitního grafu lze vyjádřit jako sjednocení k perfektních párování.

Úloha 4: Nechť G je bipartitní graf s $2n$ vrcholy takový, že každá z jeho částí má n vrcholů.

a) Předpokládejme, že minimální stupeň v G je alespoň $n/2$. Dokažte, že G obsahuje perfektní párování.

b) Musí G obsahovat perfektní párování, kdyby minimální stupeň byl $\lceil n/2 \rceil - 1$?

Úloha 5: Uvažujme logickou formuli tvaru $(x_1 \vee \neg x_2 \vee \ldots) \wedge (x_3 \vee \ldots) \wedge \ldots$, tedy takovou, která je konjunkcí *klauzulí,* což jsou disjunkce *literálů* a každý literál je buďto proměnná nebo její negace. Formule je *splnitelná,* pokud je za proměnné možné dosadit pravda/nepravda tak, aby celá formule byla pravdivá. Dokažte, že libovolná formule, jejíž každá klauzule obsahuje právě 3 literály a každá proměnná se vyskytuje v právě 3 různých klauzulích, je splnitelná.