

8. cvičení z MAI (26. 11. 2014)

Příklady

1. Uveďte příklad řady $\sum a_n b_n$, kde $\lim a_n = 0$, $\sum b_n$ má omezené částečné součty, ale $\sum a_n b_n$ nekonverguje. (Srovnej s Dirichletovým kritériem.)
2. $\sum(e^{1/n} - 1) = ?$
3. $\sum(e^{1/n} - 1 - 1/n) = ?$
4. Konverguje řada $\sum(n^4 - 5n^3 + 7)/(-3n^6 + 20n^2)$?
5. Ano nebo ne: když řada $\sum a_n = a_1 + a_2 + \dots$ konverguje, pak každá její podřada $\sum a_{k_n} = a_{k_1} + a_{k_2} + \dots$, kde $1 \leq k_1 < k_2 < \dots$, také konverguje.
6. Konverguje řada $\sum(-1)^n/\sqrt{n^3 + 1}$? A řada $\sum(-1)^n n/\sqrt{n^3 + 1}$?

Domácí úkoly (po 3 bodech) — lhůta pro odevzdání je 2. 12. do 15:00

1. (4 body) Konverguje řada $\sum \sin(100n) = \sin 100 + \sin 200 + \sin 300 + \dots$? Odpověď zdůvodněte.
2. Je pravda, že když řada $\sum a_n$ konverguje, pak i řada $\sum a_n/2^n$ konverguje? Odpověď zdůvodněte.
3. (4 body) Pomocí rozvoje e^x do řady dokažte, že pro každé reálné $x \geq 0$ platí nerovnost $e^{x-1} \geq x$. Kdy zde nastává rovnost?