

Cvičení 7, 13. 11. 2013

Příklady

1. Ano nebo ne: když $f_n \rightrightarrows f$ na A a $f_n \rightrightarrows f$ na B , potom $f_n \rightrightarrows f$ na $A \cup B$. Odpověď zdůvodněte.
2. Určete, na jakých intervalech (či podmnožinách) definičních oborů konvergují bodově, stejnoměrně, lokálně stejnoměrně následující posloupnosti funkcí. Jaké jsou limitní funkce?
 - (a) $f_n(x) = x^n - x^{3n}$, definiční obor je $[0, 1]$.
 - (b) $f_n(x) = x^{n+1} - x^{n-1}$, definiční obor je $[0, 1]$.
 - (c) $f_n(x) = x^n - x^{n+1}$, definiční obor je \mathbb{R} .
 - (d) $f_n(x) = nx(1-x)^n$, definiční obor je $[0, 1]$.

Domácí úkoly (po 3 bodech) — lhůta pro odevzdání je 20. 11. do 12:00

1. Ano nebo ne: je-li M konečná množina a $f_n \rightarrow f$ na M , pak $f_n \rightrightarrows f$ na M . Odpověď zdůvodněte.
2. Nechť $f_n \rightarrow f$ na M , ale $f_n \not\rightrightarrows f$ na M . Existuje ve smyslu inkluze největší podmnožina $A \subset M$, že $f_n \rightrightarrows f$ na A ? Odpověď zdůvodněte.
3. (6 bodů) Je pravda, že

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 f_n(x) dx = \int_0^1 \lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x) dx ,$$

když $f_n(x) = nx(1-x)^n$? Odpověď zdůvodněte.