Cvičení 6, 6. 11. 2013

Příklady

Určete, na jakých intervalech (či podmnožinách) definičních oborů konvergují bodově, stejnoměrně, lokálně stejnoměrně následující posloupnosti funkcí. Jaké jsou limitní funkce?

1. $f_n(x) = \frac{1}{x+n}$, definiční obor je $\mathbb{R}$.
2. $f_n(x) = x^n - x^{3n}$, definiční obor je $[0, 1]$.
3. $f_n(x) = x^{n+1} - x^{n-1}$, definiční obor je $[0, 1]$.
4. $f_n(x) = x^n - x^{n+1}$, definiční obor je $\mathbb{R}$.
5. $f_n(x) = nx(1 - x)^n$, definiční obor je $[0, 1]$.
6. $f_n(x) = \exp(-n^2x^2)$, definiční obor je $\mathbb{R}$.
7. $f_n(x) = \exp(-x^2/n)$, definiční obor je $\mathbb{R}$.

Domácí úkoly (po 3 bodech) — lhůta pro odevzdání je 13. 11. do 12:00

1. Uveďte příklad takové posloupnosti funkcí $f_n : [0, 1] \to \mathbb{R}$ spojitých na $[0, 1]$, že $f_n \to f$ na $[0, 1]$, $f_n \not\rightrightarrows f$ na $[0, 1]$ a f je na $[0, 1]$ spojitá.
2. Nechť $f_n \rightrightarrows f, g_n \rightrightarrows g$ na M. Rozhodněte, zda $f_n + g_n \rightrightarrows f + g$ na M. Odpověď zdůvodněte.
3. Nechť $f_n \rightrightarrows f, g_n \rightrightarrows g$ na M. Rozhodněte, zda $f_n g_n \rightrightarrows fg$ na M. Odpověď zdůvodněte.