

## Cvičení 3, 19. 10. 2015

### Příklady

1. Nechť  $X = \{\frac{1}{n} \mid n = 1, 2, \dots\} \cup \{0\}$  je množina v euklidovském prostoru  $\mathbb{R}$ . Popište její vnitřní, vnější, hraniční, limitní a izolované body.

2. Je prostor

$$X = (\{0\} \times [-1, 1]) \cup \{(x, \sin(1/x)) \mid 0 < x < 1\} \subset \mathbb{R}^2$$

(s euklidovskou metrikou roviny) souvislý?

3. Jaké souvislé podmnožiny obsahuje diskretní metr. prostor (v němž jsou všechny vzdálenosti 0 nebo 1)?

4. Dokažte nebo vyvráťte: sjednocení dvou souvislých množin je souvislá množina. Totéž pro průnik.

5. Jsou intervaly  $(0, 1)$  a  $(0, +\infty)$  (jako euklidovské prostory) homeomorfní?

6. Jsou euklidovské prostory  $\mathbb{R}$  a  $\mathbb{R}^2$  homeomorfní?

### Domácí úkoly (po 3 bodech) — lhůta pro odevzdání je do 18:00 23. 10.

1. Jsou množiny  $[0, 1) \cup (2, 3]$  a  $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$  (jako podprostory euklidovského prostoru  $\mathbb{R}$ ) homeomorfní?

2. Dokažte nebo vyvráťte: sjednocení dvou nesusvislých množin je nesusvislá množina.

3. Nechť  $X = \{x \in \mathbb{R}^2 \mid \|x\| = 2 + \frac{1}{n}, n = 1, 2, \dots\}$  je množina v euklidovské rovině  $\mathbb{R}^2$  (kde  $\|x\| = \sqrt{x_1^2 + x_2^2}$  je euklidovská norma, čili vzdálenost od počátku  $(0, 0)$ ). Popište její vnitřní, vnější, hraniční, limitní a izolované body.