

## Cvičení 3, 16. 10. 2013

### Příklady

1. Nechť  $X = \{\frac{1}{n} \mid n = 1, 2, \dots\} \cup \{0\}$  je množina v euklidovském prostoru  $\mathbb{R}$ . Popište její vnitřní, vnější, hraniční, limitní a izolované body.
2. Je prostor
$$X = (\{0\} \times [-1, 1]) \cup \{(x, \sin(1/x)) \mid 0 < x < 1\} \subset \mathbb{R}^2$$
(s euklidovskou metrikou roviny) souvislý?
3. Jaké souvislé podmnožiny obsahuje diskretní metr. prostor (v němž jsou všechny vzdálenosti 0 nebo 1)?
4. Dokažte nebo vyvráťte: sjednocení dvou souvislých množin je souvislá množina. Totéž pro průnik.
5. Jsou intervaly  $(0, 1)$  a  $(0, +\infty)$  (jako euklidovské prostory) homeomorfní?
6. Jsou euklidovské prostory  $\mathbb{R}$  a  $\mathbb{R}^2$  homeomorfní?

**Domácí úkoly (po 3 bodech) — lhůta pro odevzdání je do 12:00  
23. 10.**

1. Jsou intervaly  $[0, 1)$  a  $(0, 1)$  (jako euklidovské prostory) homeomorfní?
2. Nechť  $A$  a  $B$  jsou dvě souvislé množiny v metrickém prostoru, které se protínají (tj.  $A \cap B \neq \emptyset$ ). Dokažte, že  $A \cup B$  je souvislá množina.
3. Nechť  $X = \{x \in \mathbb{R}^2 \mid \|x\| = 1 - \frac{1}{n}, n = 1, 2, \dots\}$  je množina v euklidovské rovině  $\mathbb{R}^2$  (kde  $\|x\| = \sqrt{x_1^2 + x_2^2}$  je euklidovská norma, čili vzdálenost od počátku  $(0, 0)$ ). Popište její vnitřní, vnější, hraniční, limitní a izolované body.