Cvičení 2, 12. 10. 2015

Příklady

1. Dokažte, že každá koule $B(a, r)$ v metrickém prostoru je otevřená množina.
2. Dokažte, že každá uzavřená koule $\overline{B}(a, r) = \{x \in M \mid d(a, x) \leq r\}$ v metrickém prostoru je uzavřená množina.
3. Množina v MP je *obojetná*, je-li současně otevřená i uzavřená. Nalezněte všechny obojetné množiny v euklidovském prostoru $\mathbb{R}^2$.
4. Totéž pro *diskrétní* metrický prostor (M, d): $d(x, y) = 1$ pro $x \neq y$ a $d(x, x) = 0$.
5. Totéž pro množinu

   $$X = (\{0\} \times [-1, 1]) \cup \{(x, \sin(1/x)) \mid 0 < x < 1)\} \subset \mathbb{R}^2$$

   (s euklidovskou metrikou roviny).
6. Rozhodněte, pro které množiny M je diskrétní metrický prostor kompaktní.

Domácí úkoly (po 3 bodech, 3. za 6 bodů)

1. Nechť (A^{10}, d) je MP slov délky 10 nad (konečnou či nekonečnou) abecedou A s Hammingovou metrikou a $u \in A^{10}$ je nějaké slovo. Rozhodněte, zda koule $B(u, 4)$ v tomto prostoru je: uzavřená, omezená, kompaktní.
2. Nechť X je konečná podmnožina metrického prostoru. Rozhodněte, zda X je: otevřená, omezená, kompaktní.
3. Nalezněte všechny obojetné množiny v metrickém prostoru $(\mathbb{Q} \cap (0, 1), |x - y|)$ (zlomky mezi 0 a 1, s euklidovskou metrikou reálné osy).