

## Cvičení 11, 11. 12. 2013

### Příklady

1. Rozviňte  $f(x) = |x|$  na  $-\pi \leq x \leq \pi$  do Fourierovy řady a zjistěte, k jakým hodnotám tato řada konverguje.
2. Totéž pro  $f(x) = \cos(x)^3$  na  $\mathbb{R}$ .
3. Totéž pro  $f(x) = \sin(x)^3$  na  $\mathbb{R}$ .
- 4.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\sin(nx)}{\sin x} dx = ?$$

### Domácí úkoly — lhůta pro odevzdání je 18. 12. do 12:00

1. (4 body) Rozviňte  $f(x) = \exp(ax)$  na  $[-\pi, \pi)$ , kde  $a \in \mathbb{R}$  je parametr, do Fourierovy řady.
2. (6 bodů) Nechť  $f(x) = a_0 + \sum_{k=1}^n (a_k \cos(kx) + b_k \sin(kx))$  je trigonometrický polynom s koeficienty  $a_k, b_k \in \mathbb{R}$ . Dokažte, že když  $f(x) = 0$  pro každé  $x \in \mathbb{R}$ , potom jsou všechny jeho koeficienty nulové.
3. (3 body) Existuje riemannovsky integrovatelná funkce  $f : [-\pi, \pi) \rightarrow \mathbb{R}$ , jejíž sinové Fourierovy koeficienty jsou  $b_n = 10/\sqrt{n}$ ?