

Jméno a příjmení, kruh:

Bonifikační test z Matematické analýzy I, 30. listopadu 2010

Odpovědi vždy zdůvodněte.

1. (4 b.)

- (a) Je množina všech přímek v rovině spočetná?
- (b) Nalezněte supremum $\sup(X)$ množiny reálných čísel

$$X = \bigcap_{n=1}^{\infty} (1 - 1/n, 2 + 1/n) = (0, 3) \cap (0.5, 2.5) \cap \dots$$

2. (4 b.) Ano nebo ne:

- (a) Pro každou posloupnost reálných čísel (a_n) a každé reálné číslo α platí, že když $\lim a_n$ neexistuje (vlastní ani nevlastní), potom ani $\lim \alpha a_n$ neexistuje (vlastní ani nevlastní).
- (b) Pro každé dvě posloupnosti reálných čísel (a_n) a (b_n) platí, že když $\lim a_n$ neexistuje (vlastní ani nevlastní) a $\lim b_n$ existuje (vlastní nebo nevlastní), potom $\lim(a_n + b_n)$ neexistuje (vlastní ani nevlastní).

3. (4 b.) Zjistěte, zda existuje následující limita a pokud ano, spočtěte ji.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n + n}{2^n + 2^{n-1} + 2^{n-2} + \dots + 2 + 1}$$

4. (4 b.) Nechť je posloupnost (a_n) definovaná jako $a_n = n$ pro sudé $n = 2, 4, \dots$ a jako $a_n = 1/n$ pro liché $n = 1, 3, \dots$. Rozhodněte, zda konverguje řada

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_n.$$